

11 Modelu mathemategol

Mae modelu mathemategol yn weithgaredd pwysig mewn llawer o alwedigaethau ag yn sgil gwerthfawr a geisir gan gyflogwyr. Ar gyfer myfyrwyr, mae modelu mathemategol yn rhoi cyfle i symud ymlaen o ddysgu damcaniaethol tuag at efelychiad realistig o weithgareddau defnyddwyr proffesiynol o fathemateg. Modelu, trwy ei drin o systemau byd go iawn yn sâl-ddiffiniedig, yn caniatáu cyfleoedd cyffrous i ddatblygu sgiliau rhifedd ehangach o ddatrys problemau, trafod myfyriol a gweithio mewn tîm.

Mae modelau mathemategol yn ymestyn ar draws sbectrwm eang o fodelau **geometrig**, fodelau **system** a modelau **rhifiadol**.

Mae modelau **geometrig** darparu sylwadau realistig, yn aml mewn tri dimensiwn, o beiriannau, adeiladau neu strwythurau eraill. Mae modelau hyn yn cael eu cynhyrchu yn gyffredinol gyda meddalwedd cynllunio drwy gymorth cyfrifiadur. Eu bwriad yw datrys problemau dylunio, ac yna cyfleu dyluniadau terfynol i'r timau a fydd yn gyfrifol am y gweithgynhyrchu neu adeiladu.

Gall modelu geometrig yn cael ei ymestyn i ymchwilio i berfformiad y gwrthrych a gynlluniwyd. Gallai enghreifftiau gynnwys

- efelychiad o awyru a llif gwres drwy adeilad swyddfa,
- efelychiad o lif dŵr o amgylch pileri pont,
- dadansoddiad o dymereddau o fewn peiriant mewndanio yn gweithio.

Mae hafaliadau o ganghennau priodol o ffiseg yn cael eu cyfuno â'r cynlluniau tri dimensiwn o'r gwrthrychau i gynhyrchu'r canlyniadau efelychu.

Mae modelau **system** yn symud i ffwrdd o gynrychioliadau geometrig manwl gywir, ac yn hytrach yn defnyddio arddangosiadau diagramatig o systemau byd go iawn. Animeiddiadau cyfrifiadur yn cael eu cynhyrchu yn aml. Gallai enghreifftiau gynnwys:

- efelychiad o lif traffig drwy gyffordd,
- efelychiad o weithrediad linell gynhyrchu ffatri,
- efelychiad o lif hylif yn ystod brosesu mewn purfa olew.

Amcan y math hwn o fodel yw ymchwilio i weld a fydd y system arfaethedig yn perfformio yn ôl y gofyn, ac i nodi unrhyw addasiadau angenrheidiol i'r system.

Mae modelau **rhifiadol** yn canolbwyntio ar gynhyrchu data, a allai fod yn allbwn ar ffurf tablau, graffiau neu fapiau. Mae enghreifftiau yn eang iawn, o fodelau economaidd mewn cynllunio busnes, drwy fodelau peirianeg o weithred cylched electronig neu efelychu llwybr hedfan o gerbyd gofod, i fodelau amgylcheddol fel rhagolygon y tywydd neu'r rhagfynegiad o newidiadau yn lefel y môr. Mae modelau rhifiadol yn werthfawr ar gyfer archwilio'r canlyniadau posibl o ddigwyddiadau, er mwyn caniatáu cynllunio wrth gefn yn ddigonol. Er enghraifft, gallai swyddogion iechyd yn dymuno cael amcangyfrif o'r nifer tebygol o gleifion a fydd yn mynd yn sâl yn ystod epidemig fel y gall cyfleusterau trin yn cael ei baratoi.

Dylunio theatr

Mae ein henghraifft modelu cyntaf yn fodel system, a gynhyrchwyd gan fyfyrwr o gyfrifiadureg a chelfyddydau perfformio i ymchwilio dylunio llwyfan ar gyfer cynyrchiadau theatr. Mae'r model yn seiliedig ar gynllun o'r llwyfan Theatr Clwyd yng Ngogledd Cymru.

Crëwyd y model gan ddefnyddio'r iaith raglennu **Processing 2** (Greenberg, 2007). Mae hon yn iaith graffeg sy'n darparu swyddogaethau ar gyfer gweithrediadau geometreg tri-dimensiwn a drafodwyd yn gynharach ym Mhennod 7: Siâp a gofod. Yn arbennig o ddefnyddiol wrth lunio model theatr yw'r gorchmynion:

```
beginShape(POINTS)
  vertex(X1, Y1, Z1)
  vertex(X2, Y2, Z2)  . . . . . etc.
endShape()
```

sy'n caniatáu darnau o'r wyneb i gael eu creu mewn gofod tri-dimensiwn gan ddefnyddio'r system cyfesuryn X, Y, Z. Mae hyn yn caniatáu i'r llwyfan theatr, adenydd a seddi i gael eu creu.

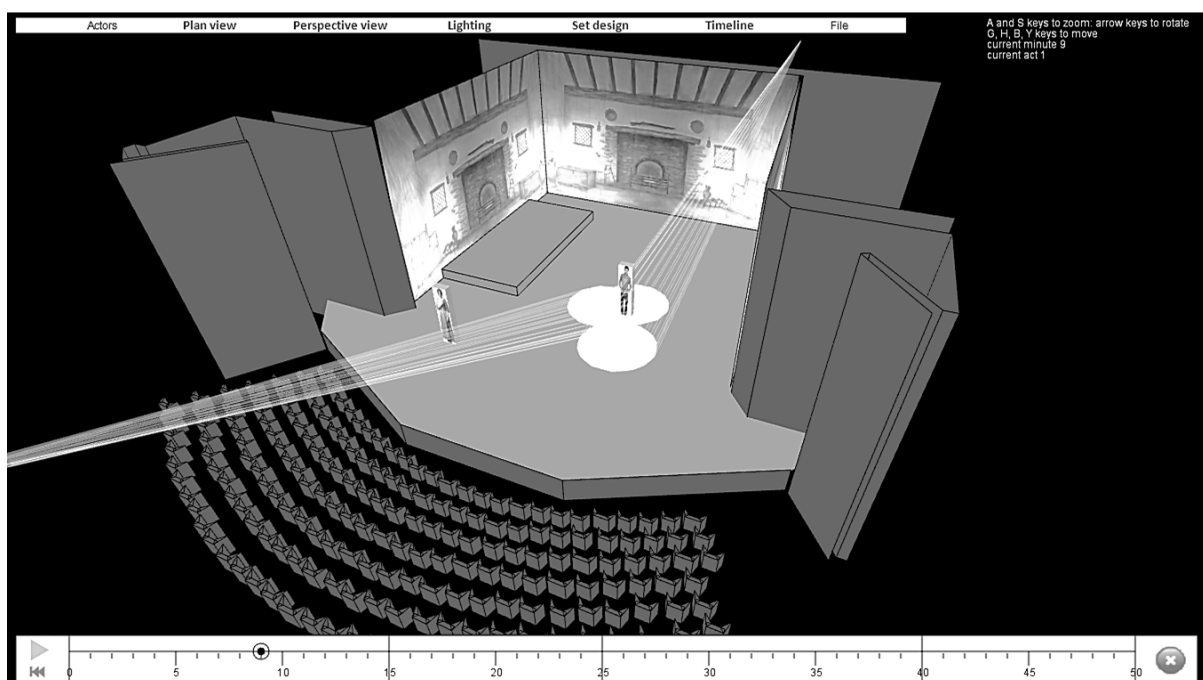
texture(enw'r ddelwedd) sy'n caniatáu delwedd llun i gael ei ychwanegu at ddarn o wyneb, er enghraifft, i arddangos golygfeydd gefndir.

rotateY (ongl), **rotateY** (ongl), **rotateY** (ongl) yn caniatáu model tri dimensiwn sy'n cynnwys o darnau o'r wyneb i gael eu cylchdroi o gwmpas un o'r echelinau cyfesurynnol.

translate (X, Y, Z) yn caniatáu i'r model tri dimensiwn gael ei symud mewn un neu fwy o'r gydlyn cyfarwyddiadau.

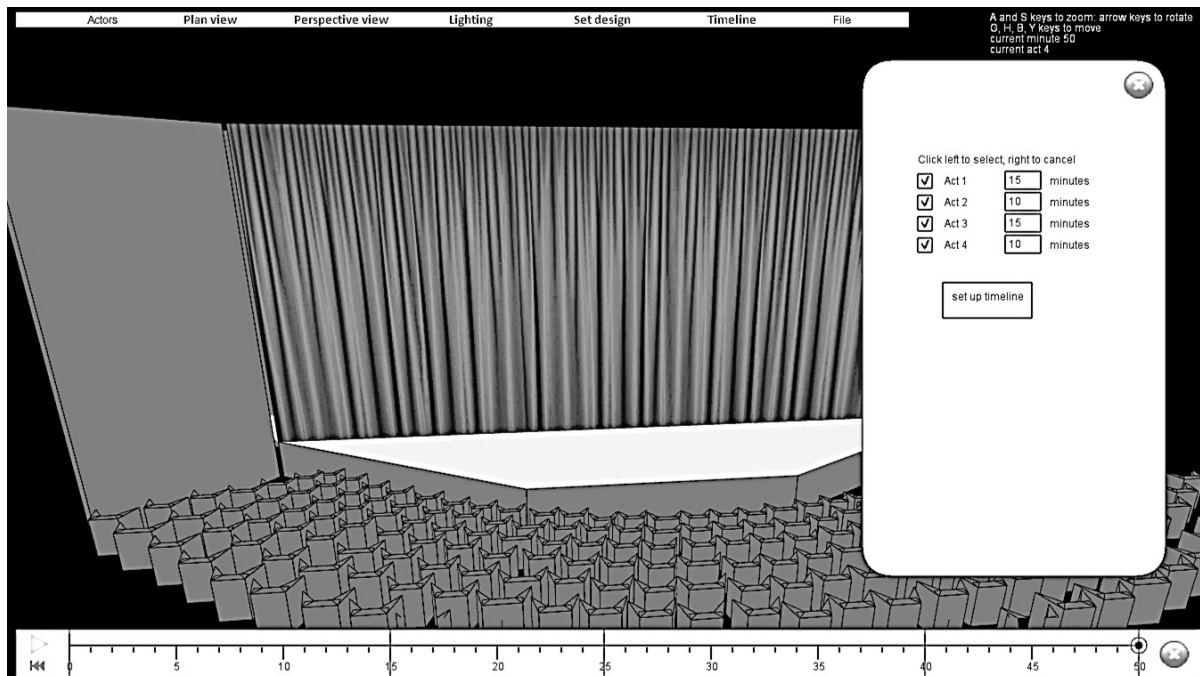
scale(cymhareb) yn caniatáu i'r model tri dimensiwn i gael ei ehangu neu leihau.

Mae'r ffwythiannau gyda'i gilydd yn caniatáu i'r defnyddiwr i symud, chwyddo neu gylchdroi delwedd y llwyfan theatr fel y gellir ei weld o safleoedd gwahanol.



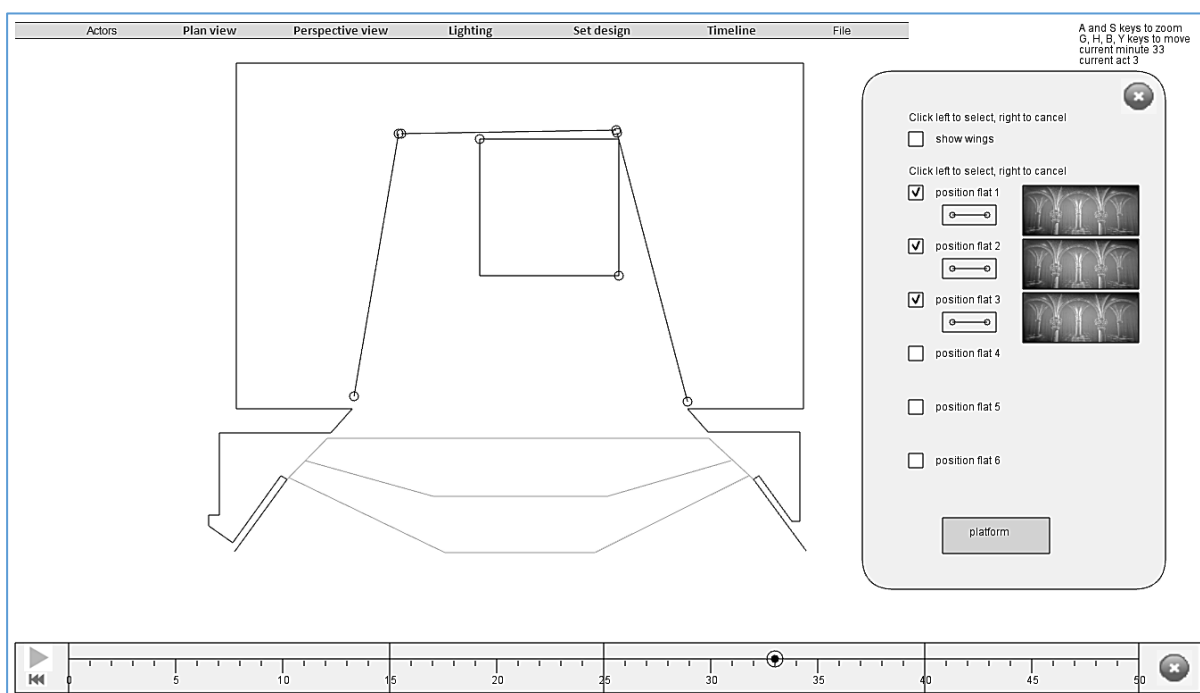
Ffigur 332: Model cyfrifiadurol o'r llwyfan Theatr Clwyd

Un o brif gydran y model yw **llinell amser**, cynnwys ar waelod y sgrin. Mae pwynt symudol yn dangos y funud bresennol yn ystod yr efelychiad o berfformiad. Wrth sefydlu model, mae'r defnyddiwr yn pennu hyd bob act, sydd wedyn yn cael ei nodi gan farciwr ar y llinell amser. Yn ystod yr efelychiad, bydd y llenni prosceniwm ar gau ar ddiwedd pob act a gall y cynllun llwyfan a golygfeydd yn cael ei newid.



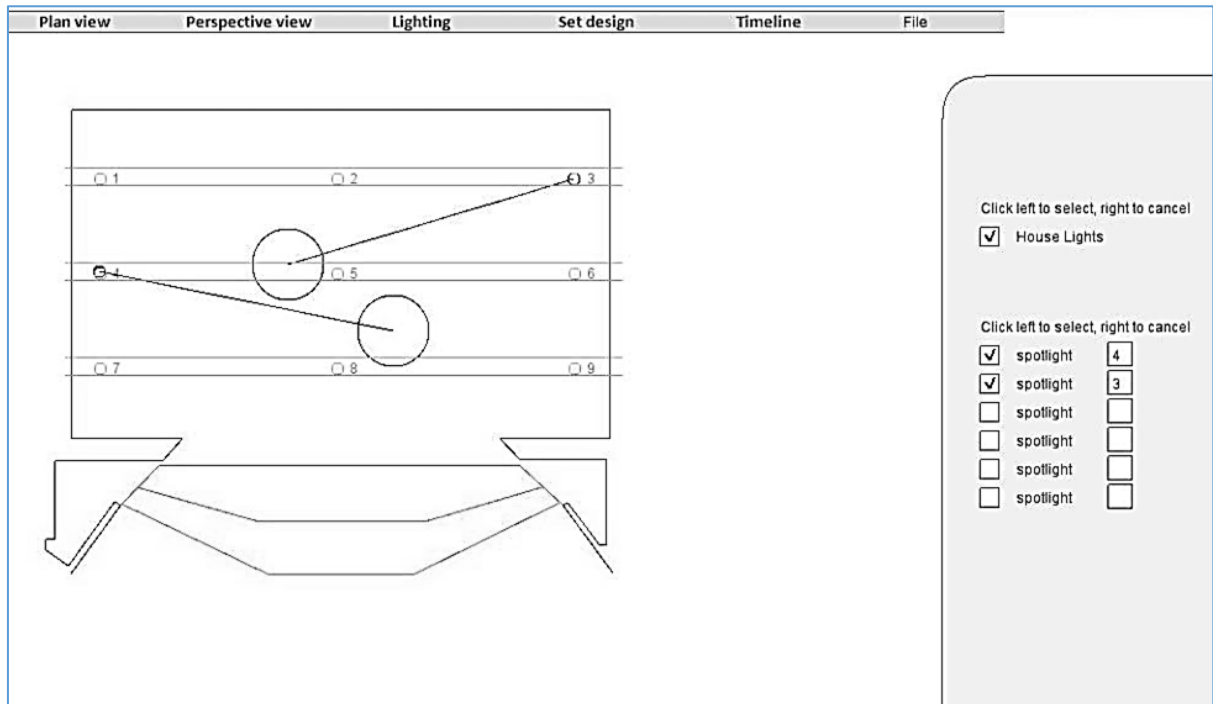
Ffigur 333: Sefydlu llinell amser perfformiad

Yn ogystal â golygfa tri dimensiwn, mae'r model yn darparu cynllun o'r llwyfan. Mae hyn yn cael ei ddefnyddio i fewnbynnu lleoliad cefnlenni golygfeydd ac unrhyw lwyfannau wedi'i godi sy'n ofynnol yn ystod act.



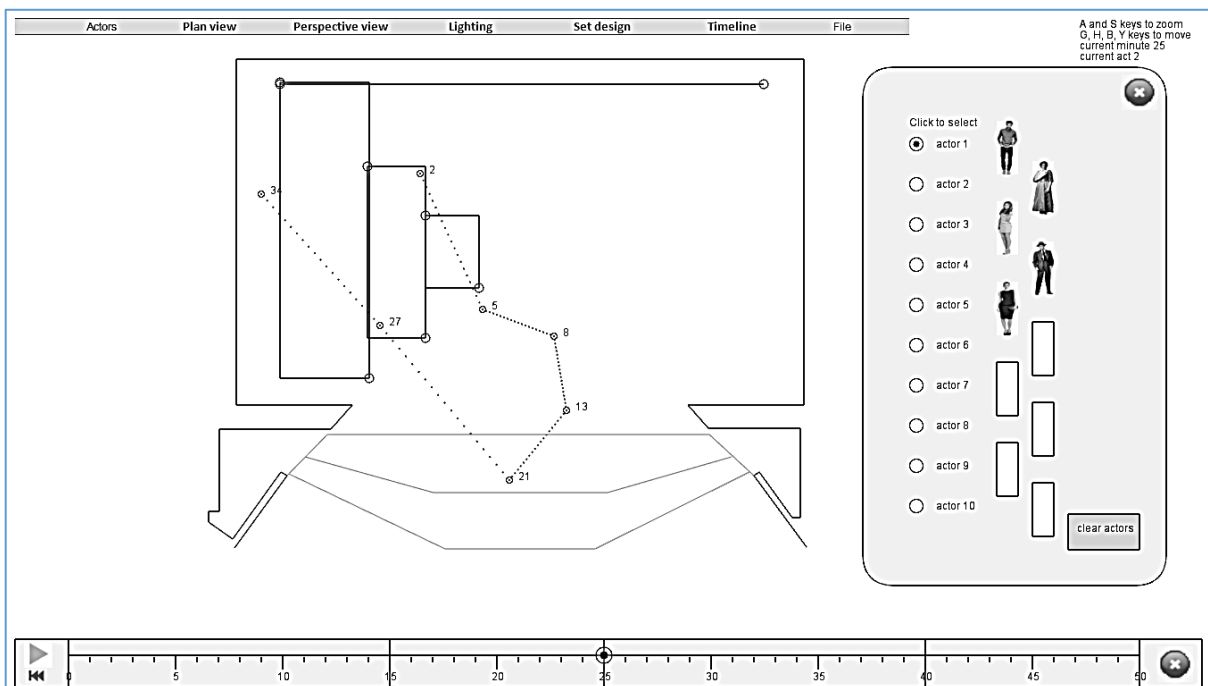
Ffigur 334: Ychwanegu cefnlenni golygfeydd a llwyfannau wedi'i godi

Gall goleuadau yn cael ei nodi, gan ddefnyddio cynllun o'r gantrïau goleuo llwyfan Theatr Clwyd. Gall cyfeiriadau o belydrau golau yn cael ei addasu drwy gyfrwng llygoden y cyfrifiadur. Mae'r llinell amser yn cael ei ddefnyddio i nodi pan fydd y goleuadau yn cael ei droi ymlaen ac i ffwrdd.



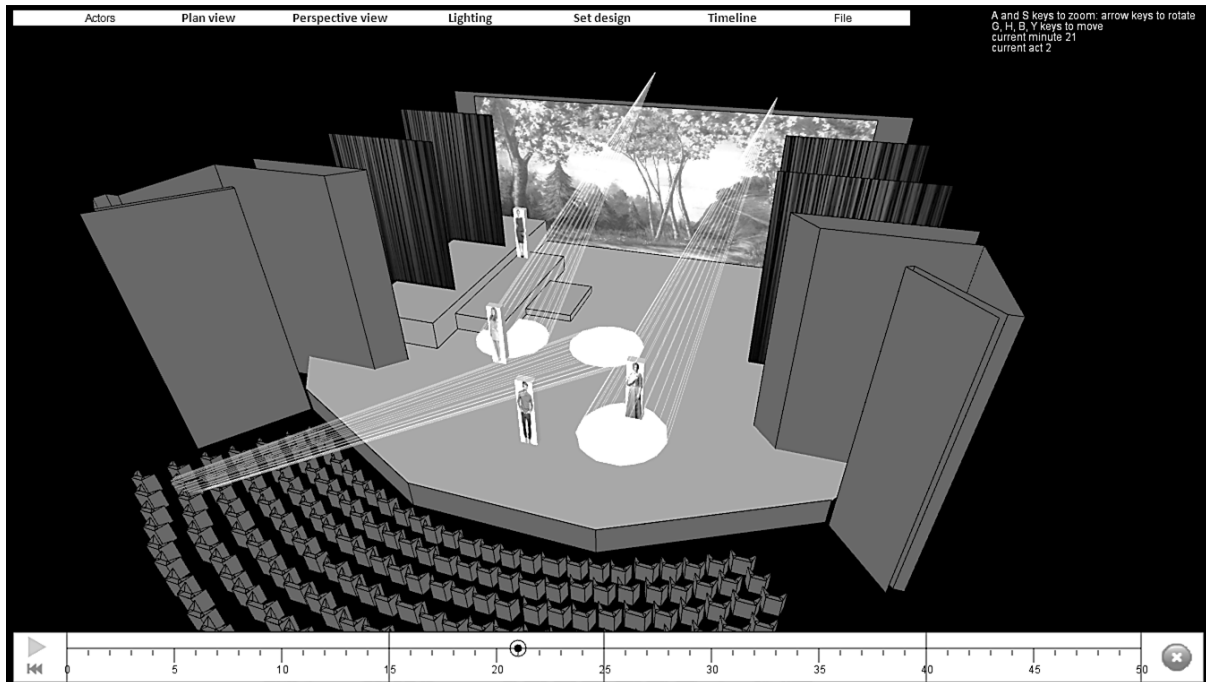
Ffigur 335: Gosod y goleuadau llwyfan

Diben pwysig y model yw cynllunio symudiadau'r actorion yn ystod perfformiad. Gall bod amser i actor yn gwneud mynedfa, eu lleoliadau wrth iddynt symud o gwmpas y llwyfan, ac amser ei gadael, yn cael eu syncroneiddio â llinell amser.



Ffigur 336: Gosod llwybrau ar gyfer yr actorion

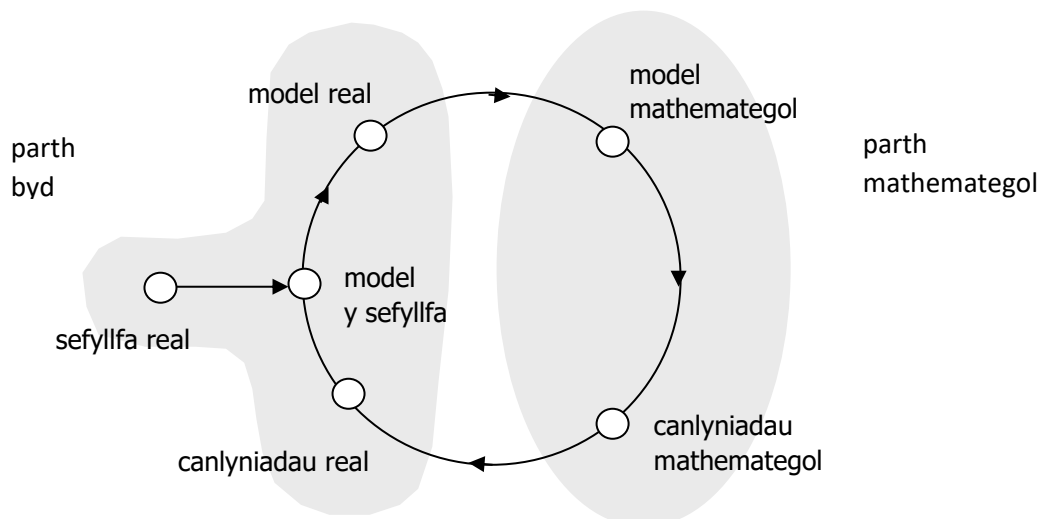
Nid yw'r model wedi'i bwriadu i fod yn gwbl realistig yn geometrig, felly actorion yn cael eu cynrychioli gan ddelweddau syml fflat y gellir eu symud i leoliadau priodol ar y llwyfan wrth i'r perfformiad yn cael ei efelychu.



Ffigur 337: Actorion gosod ar y llwyfan

Mae nifer cynyddol o ieithoedd rhaglennu graffigol a systemau meddalwedd yn awr yn dod ar gael. Mae'r rhain yn gwneud yn hawdd adeiladu animeiddiadau tri dimensiwn y gellir eu defnyddio mewn ffyrdd effeithiol a chreadigol mewn amrywiaeth o gyd-destunau galwedigaethol.

Yn yr adrannau nesaf rydym yn cyflwyno amrywiaeth o fodelau rhifiadol o wahanol feysydd galwedigaethol. Mae fframwaith damcaniaethol sy'n ddefnyddiol ar gyfer cynllunio a chynnal gweithgareddau modelu mathemategol wedi cael ei ddarparu gan Blum a Leiß (Keune a Henning, 2003):



Ffigur 338: Cylchred modelu Blum a Leiß

Mae modelu mathemategol yn cael ei weld fel cyfres o weithgareddau cysylltiedig:

- Rydym yn dechrau yn y parth byd gyda'r **sefyllfa real**. Bydd hyn bron yn sicr yn gymhleth iawn, ac mae angen i ddewis dim ond y cydrannau sydd fwyaf pwysig i'r model. Mae hyn yn creu **model y sefyllfa**. Er enghraifft, efallai y byddwn gael ddiddordeb mewn modelu llif o ddŵr ar hyd darn o afon. Mae cyfaint y dŵr sy'n mynd i mewn i'r darn hwn o'r afon, y llethr i lawr yr afon, ac arwynebedd trawstoriad yr afon yn wahanol lleoliadau yn debygol o fod yn bwysig. Fodd bynnag, mewn brasamcan cyntaf gallem anwybyddu unrhyw ddŵr ychwanegol sy'n mynd i mewn i'r afon o'r caeau ar y llethrau gerllaw, neu adael i'r afon trwy ddraenio drwy wely'r afon. Mae'r effeithiau hyn yn debygol o fod yn fach, felly ni fydd yn cael effaith sylweddol o ganlyniadau'r modelu.
- Unwaith bydd y prif gydrannau o fodel y sefyllfa wedi cael ei benderfynu, y cam nesaf yw adnabod y ffyrdd y bydd yn ymwneud. Mae hyn yn arwain at y **model real**. Ar y cam hwn, rydym yn nodi'r prosesau yn ddisgrifiadol, heb unrhyw fathemateg fanwl ynghlwm. Ar gyfer enghraifft o lif afon, efallai y byddwn yn penderfynu bod cynnydd yn y llethr i lawr yr afon yn debygol o achosi llif dŵr cyflymach. Mae sianel afon eang a bas yn debygol o leihau llif y dŵr o ganlyniad gynnwrf ffrithiannol.
- Rydym yn awr yn gallu symud o'r parth byd i'r parth mathemategol. Mae'r perthnasau a nodwyd yn gynharach yn awr yn cael eu llunio yn fathemategol fel hafaliadau a adeiladwyd i mewn i **fodel mathemategol**. Mae'n debygol y bydd hyn yn cynnwys rhaglennu cyfrifiaduron, y defnydd o daenlen neu becyn meddalwedd arall.
- Mae'r model yn cael ei redeg, gan gynhyrchu **canlyniadau mathemategol**. Gall allbwn y rhain fel tabl o ddata, ond mae'n debyg y bydd yn haws i ddehongli pe bai'n arddangosir fel graffiau neu fapiau fel y bo'n briodol.
- Rydym nawr yn symud yn ôl oddi wrth y parth mathemategol i'r parth byd i werthuso'r canlyniadau modelu. Gallai hyn gynnig rhagfynegiadau y gellir eu defnyddio ar gyfer gwneud penderfyniadau.
- Dros gyfnod o amser, gall perfformiad y model yn cael ei asesu yn erbyn digwyddiadau yn y byd go iawn. Os yw'r model wedi methu â darparu rhagfynegiadau cywir, gall fod yn angenrheidiol i newid y ffactorau sy'n cael eu cynnwys ym **model y sefyllfa**, yn newid y rhagdybiaethau yn y **model real**, neu adolygu'r hafaliadau yn y **model mathemategol**. Gall y cylch modelu yn cael ei ailadrodd nes bod canlyniadau derbyniol yn cael eu cyflawni.

Byddwn yn edrych nawr ar nifer o fodelau rhifiadol:

Model poblogaeth tylluanod a llygod

Cafodd myfyrwyr eu cyflwyno i sefyllfa lle mae gwarchodfa natur yn cael ei greu i ddiogelu poblogaeth o Dylluanod Brech. Tasg i'r grŵp oedd defnyddio modelu mathemategol i roi cyngor ar reolaeth y warchodfa er mwyn sicrhau goresiad tymor hir y boblogaeth dylluan.

Roedd myfyrwyr yn gweithio mewn grwpiau bach i drafod a dod i gytundeb ar y ffactorau i'w cynnwys neu eu heithrio o'r model. Tri ffactor a allai gael effaith fawr ar boblogaethau dylluan yw:

- Tywydd a hinsawdd. Fodd bynnag, mae'r rhain y tu hwnt i reolaeth staff y warchodfa natur, felly nid yw'r rhain yn ffactorau defnyddiol i'w cynnwys mewn cynllun rheoli.
- Ymyrraeth ddynol gyda safleoedd nythu. Byddwn yn tybio bod y staff warchodfa natur eisoes yn bwriadu amddiffyn y boblogaeth dylluan trwy reolaeth briodol o ran mynediad gan ymwelwyr.
- Cyflenwad bwyd. Mae'r boblogaeth dylluan frech yn bwydo yn bennaf ar lygod. Gallai'r staff warchodfa natur yn dylanwadu ar faint y boblogaeth llygod gan reoli'r ecoleg yn ofalus, felly mae hyn yn ymddangos yn agwedd bwysig o'r system i foddelu.

Cytunwyd y byddai modelu yn canolbwyntio ar y cyflenwad bwyd. Y cam cyntaf yw creu **model real** i gynrychioli'r berthynas rhwng y poblogaethau dylluanod a llygod.

- Efallai y byddwn yn tybio bod y boblogaeth llygod yn cynyddu o flwyddyn i flwyddyn drwy bridio yn absenoldeb ysglyfaethwyr. Fodd bynnag, byddai'r boblogaeth yn cael ei leihau os bydd y llygod yn cael eu bwyta gan dylluanod.
- Gallai'r boblogaeth dylluan yn cynyddu os oedd cyflenwad digonol o lygod, ond byddai yn debygol o leihau os yw bwyd yn gyfyngedig.

Gall y rhagdybiaethau hyn yn cael ei ysgrifennu fel dau hafaliad geiriau:

| | | | | |
|--------------------------|---|--|---|---|
| llygod flwyddyn nesaf | = | cynydd y boblogaeth oherwydd bridio | - | gostwng oherwydd ysglyfaethu dylluan |
|--------------------------|---|--|---|---|

| | | | | |
|-----------------------------|---|--|---|---------------------------------|
| tylluanod flwyddyn nesaf | = | gostyngiad ym mhoblogaeth pe bai cyflenwad bwyd yn prin | + | cynnydd pe bai lygod ar gael |
|-----------------------------|---|--|---|---------------------------------|

Gall model mathemategol nawr yn cael ei llunio. Mae'r symbolau **M** a **T** yn cael eu cyflwyno i gynrychioli rhifau cyfartaledd o lygod a dylluan frech yr hectar. Mae isysgrif yn cael ei ddefnyddio i gynrychioli'r flwyddyn, gyda **n** bod y flwyddyn gyfredol, ac **n + 1** yn cynrychioli'r flwyddyn nesaf. Gan dybio cynnydd o 10% yn y boblogaeth llygoden os nid oes ysglyfaethu dylluan, mae'r myfyrwyr yn gallu deillio mynegiant:

$$M_{n+1} = 1.1 M_n - k M_n T$$

llygod flwyddyn nesaf

cynydd oherwydd bridio

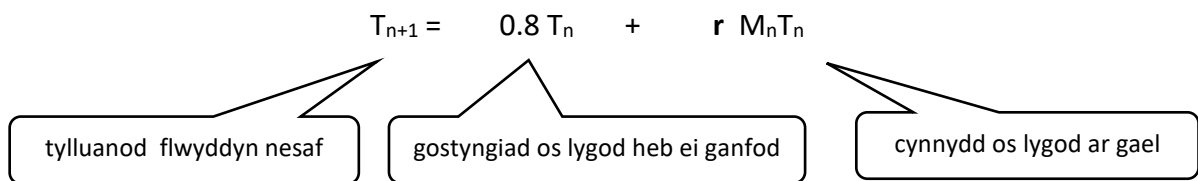
gostwng oherwydd ysglyfaethu

Gwelwyd bod nifer o lygod wedi eu bwyta gan dylluanod yn dibynnu ar niferoedd o lygod a nifer o dylluanod yn yr ardal.

- Os oes nifer fawr o lygod, mae'n fwy tebygol y bydd llygoden ei gweld a'u dal.
- Os oes nifer fawr o dylluanod yn chwilio am fwyd, mae'n fwy tebygol y bydd llygoden ei dal.

Roedd paramedr k yn angenrheidiol i gynrychioli siawns o lygoden yn cael eu dal pan dylluan a llygoden ill dau yn bresennol yn yr un ardal. Fel dyfaliad cyntaf, rhoddwyd gwerth o 0.05 am hyn.

Mae perthynas debyg yn deillio ar gyfer nifer y dylluan frech yr hectar. Efallai y byddwn yn cymryd yn ganiataol o 20% gostyngiad yn niferoedd y dylluan yn ystod y flwyddyn os nad oes llygod ar gael fel cyflenwad bwyd. Efallai y bydd y tylluanod yn goroesi ar ffynonellau bwyd tlotach eraill, neu efallai yn mudo i ffwrdd oddi wrth y warchodfa natur i leoliad mwy ffafriol.



Fel o'r blaen, rydym yn cymryd yn ganiataol bod nifer o lygod eu dal yn dibynnu ar boblogaethau llygod a dylluan yn yr ardal. Awgrymir gwerth o 0.005 ar gyfer y paramedr r .

Gallai'r broblem fathemategol yn cael ei datrys gan ddefnyddio taenlen. Mae'r fformiwlâu ar gyfer llygod a thylluanod yn gysylltiedig â'i gilydd, gan alluogi poblogaethau'r ddwy rywogaeth i'w cyfrifo os yw'r poblogaethau yn nabod am y flwyddyn flaenorol. Mae'n angenrheidiol yn syml i ddarparu poblogaethau cychwyn ar gyfer blwyddyn sero.

Mae enghraifft o ran taenlen sy'n dangos y fformiwla yw:

| | A | B | C | D |
|---|---|-------|--------------------|---------------------|
| 1 | | year | mice | owls |
| 2 | | 0 | 35 | 10 |
| 3 | | =B2+1 | =1.1*C2-0.05*C2*D2 | =0.8*D2+0.005*C2*D2 |

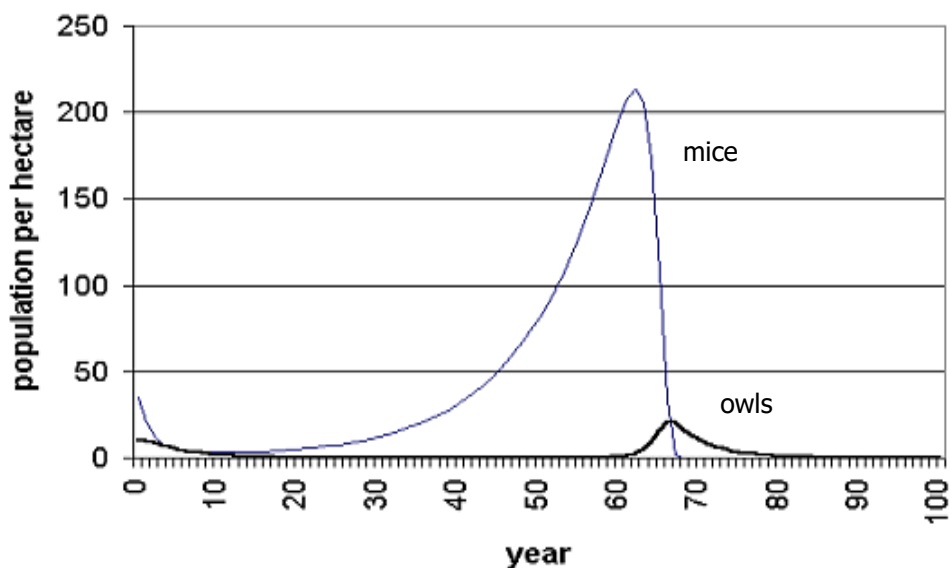
$M_{n+1} = 1.1 M_n - 0.05 M_n T_n$
 $T_{n+1} = 0.8 T_n + 0.005 M_n T_n$

Ffigur 339: Taenlen ar gyfer y model boblogaeth tylluanod a llygod

Yna gall y fformiwlâu ei gopïo i lawr ar gyfer y nifer gofynnol o flynyddoedd. Ffwythiant mathemategol lle mae pob gwerth olynol yn cael ei gyfrifo o'r canlyniad blaenorol yn ei adnabod fel **perthynas gylchol**.

Pan fydd y cyfrifiadau eu cwblhau, byddwn yn dychwelyd i barth fyd o'r cylch modelu i ddehongli'r canlyniadau mewn perthynas i reoli'r warchodfa natur.

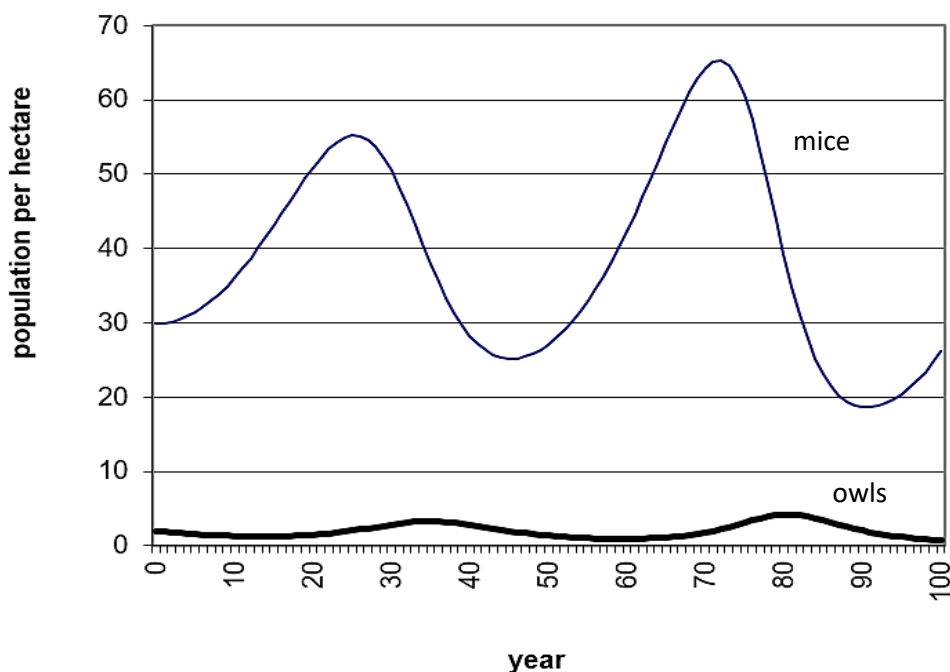
Ar gyfer niferoedd cychwyn o 35 llygod a 10 dylluan frech yr hectar mewn blwyddyn sero, darganfyddir bod y poblogaethau yn ansefydlog.



Ffigur 340: Achos ansefydlog y model boblogaeth tylluanod a llygod

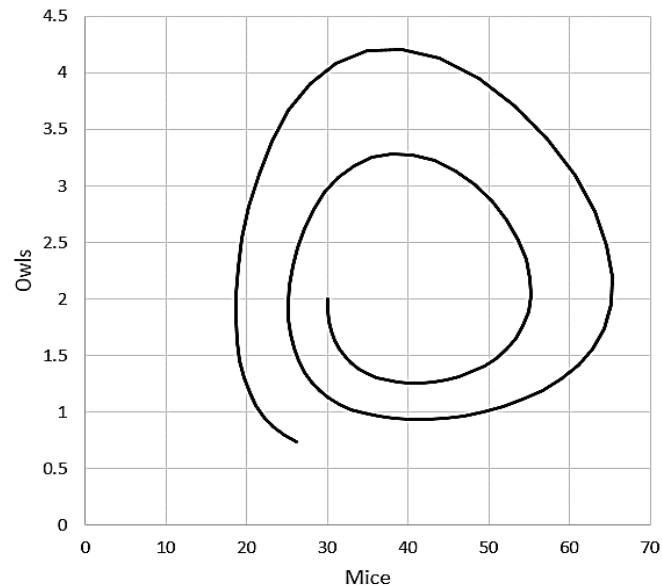
Ar ôl dirywiad cychwynol yn rhifau llygod a dylluan, mae poblogaeth llygoden yn dangos cynnydd esbonyddol o ganlyniad i gyfradd ysglyfaethu isel. Mae tylluanod yn dychwelyd i'r ardal mewn niferoedd cynyddol, gan gynhyrchu cynnydd enfawr mewn ysglyfaethu a chwymp yn y boblogaeth llygod. Gyda'u prif ffynhonnell fwyd a gollwyd, mae'r tylluanod yn gadael ac nid ydynt yn dychwelyd.

Drwy addasu yn ofalus y nifer o dylluanod a llygod yn flwyddyn sero, mae'r myfyrwyr yn gallu dod o hyd i amodau a oedd yn caniatáu goroesiad y boblogaeth dylluan.



Ffigur 341: Model poblogaeth tylluanod a llygod yn dangos goroesiad y ddwy rywogaeth

Mae'n ddiddorol i blotio poblogaethau tylluanod a llygod yn erbyn ei gilydd, gan gynhyrchu troellog yn ehangu tuag allan o flwyddyn i flwyddyn.



Ffigur 342: Poblogaeth tylluanod wedi blotio yn erbyn poblogaeth llygod

Mae rhai ansefydlogrwydd yn dal i fodoli, gyda niferoedd y poblogaethau o dylluanod a llygod amrywio o flwyddyn i flwyddyn. Fodd bynnag, mae'r model yn rhagweld goroesiad y ddwy rywogaeth am o leiaf 100 mlynedd.

Roedd y myfyrwyr yn gallu llunio cyngor i reolwyr y warchodfa natur wrth i'r poblogaethau sefydlog o dylluan a llygoden y gallai'r warchodfa natur cefnogi. Os bydd angen, gallai nifer y llygod yn cael ei gynyddu drwy ddarparu gorchudd llystyfiant addas, neu a allai nifer y tylluanod yn cael ei gynyddu drwy ddarparu blychau nythu.

Byddai cam olaf y gylchred modelu i fonitro perfformiad y model dros sawl blwyddyn, i benderfynu os yw'r rhagfynegiadau poblogaethau dylluan a llygoden yn gywir. Os bydd angen, gall gwerthoedd y paramedrau k ac r yn cael ei newid i wella rhagfynegiadau yn y dyfodol.

Lledaeniad salwch

Mae ein model rhifiadol nesaf yn efelychu epidemig o salwch nad ydynt yn angheuol fel y ffliw. Ymgwymerwyd prosiect modelu gan fyfyrwyr cyfrifiadureg, a darparwyd gan erthygl gyhoeddedig i esbonio set o berthynasau gylchol y gellid eu defnyddio (Keeling, 2001). Yn y model epidemig syml, mae'r boblogaeth yn cael ei drin fel tri grŵp:

- **Tueddol:** y rhai sy'n gallu dal y salwch.
- **Heintiedig:** y rhai sydd â'r salwch, a gallai heintio eraill.
- **Wedi gwella:** y rhai nad ydynt yn gallu dal y salwch eto nac yn gallu heintio pobl eraill.

Rydym yn dechrau unwaith eto drwy lunio'r berthynas rhwng y grwpiau o'r boblogaeth:

- Mae pobl **dueddol** yn dal y salwch. Yna maent yn symud i mewn i'r grŵp **heintiedig**, a nifer y bobl sy'n aros yn dueddol yn lleihau.
- Mae'r nifer yn y grŵp **heintiedig** yn cynyddu pan fydd pobl dueddol yn dal y salwch. Fodd bynnag, bydd y nifer o bobl heintiedig yn disgyn fel cleifion yn gwella ac yn symud i'r grŵp **wedi gwella**.
- Mae nifer y bobl yn y grŵp **wedi gwella** yn cynyddu yn raddol wrth i fwy a mwy o gleifion gwella ar ôl y salwch.

Gall y berthynas rhain yn cael ei ysgrifennu fel set o hafaliadau geiriau. Mewn cyfnod o amser, a allai gynrychioli un diwrnod:

$$\text{gostyngiad yn y nifer o bobl tueddol} = \text{nifer y bobl sy'n cael eu heintio}$$

$$\text{newid yn y nifer o bobl heintiedig} = \text{nifer y bobl sydd newydd eu heintio} - \text{nifer y bobl sydd newydd gwella}$$

$$\text{cynydd yn nifer y bobl wedi gwella} = \text{nifer y bobl sydd newydd gwella}$$

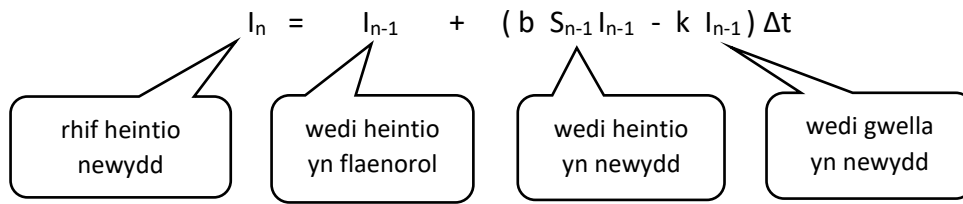
Gall model mathemategol nawr yn cael ei llunio. Mae'r symbolau **S**, **I** ac **R** wedi'u cyflwyno i gynrychioli ffracsionau o'r boblogaeth sydd yn dueddol, heintio neu wedi gwella. Mae isysgrif yn cael ei ddefnyddio i gynrychioli'r cyfnod amser, gyda **n** fel y cyfnod cyfredol, ac **n-1** yn cynrychioli'r cyfnod blaenorol.

$$S_n = S_{n-1} - b S_{n-1} I_{n-1} \Delta t$$

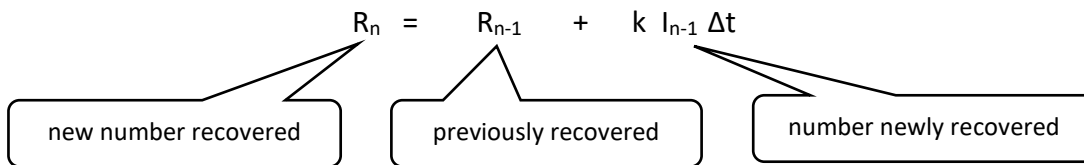
Gan ddefnyddio dadl debyg i'r model ysglyfaethwr-ysglyfaeth, rydym yn cymryd yn ganiataol bod y nifer o bobl sy'n cael eu heintio yn dibynnu ar:

- nifer y bobl ar hyn o bryd yn dueddol ac yn gallu dal y clefyd, S_{n-1}
- nifer y bobl sydd wedi'u heintio ar hyn o bryd ac yn gallu trosglwyddo'r clefyd, I_{n-1}
- hyd y cyfnod o amser, Δt

Mae hefyd yn angenrheidiol i gyflwyno paramedr, yr ydym wedi galw **b**, sy'n cynrychioli'r pamor heintus yw'r clefyd.



Wrth lunio hafaliad ar gyfer y nifer newydd o bersonau sydd wedi'u heintio, rydym yn ychwanegu'r personau sydd newydd wedi ymuno o'r boblogaeth dueddol, ond rydym yn diddymu'r personau sydd bellach wedi gwella. Mae paramedr k wedi cael ei gyflwyno i gynrychioli cyfran y bobl sydd wedi'u heintio sy'n gwella yn ystod y cyfnod o amser.



Mae'r hafaliad olaf yn cyfrifo rhif newydd o bobl wedi gwella drwy ychwanegu'r nifer sydd wedi symud oddi wrth y grŵp heintiedig yn ystod y cyfnod o amser ar hyn o bryd.

Cyn gwneud y cyfrifiadau modelu, gallwn ychwanegu un mireinio ymhellach i'r hafaliad i benderfynu ar y nifer o bobl sydd newydd eu heintio. Gall y paramedr b sy'n cynrychioli pa mor heintus yw'r clefyd yn cael ei rhannu yn ddwy elfen:

$$b = \beta \cdot \kappa$$

Ile mae

β yn dangos pa mor aml yw'r cysylltiad rhwng person sydd wedi'i heintio a pherson yn dueddol yn arwain at haint

κ yn dangos faint o gysylltiadau yn digwydd yn ystod y cyfnod o amser rhwng pob person heintus ac unigolion tueddol yn y boblogaeth

Gall taenlen yn cael ei sefydlu i gynrychioli'r model:

| | A | B | C | D |
|---|-------|----------------------------|---------------------------------|-----------|
| 1 | day | susceptible | infected | recovered |
| 2 | 1 | 1000 | 1 | 0 |
| 3 | =A2+1 | =B2-(0.08*10*C2*(B2/1000)) | =C2+(0.08*10*C2*(B2/1000))-C2/8 | =D2+C2/8 |

$$S_n = S_{n-1} - (0.08 \cdot 10) I_{n-1} \cdot (S_{n-1} / 1000)$$

$$R_n = R_{n-1} + I_{n-1} / 8$$

$$I_n = I_{n-1} - (0.08 \cdot 10) I_{n-1} \cdot (S_{n-1} / 1000) - I_{n-1} / 8$$

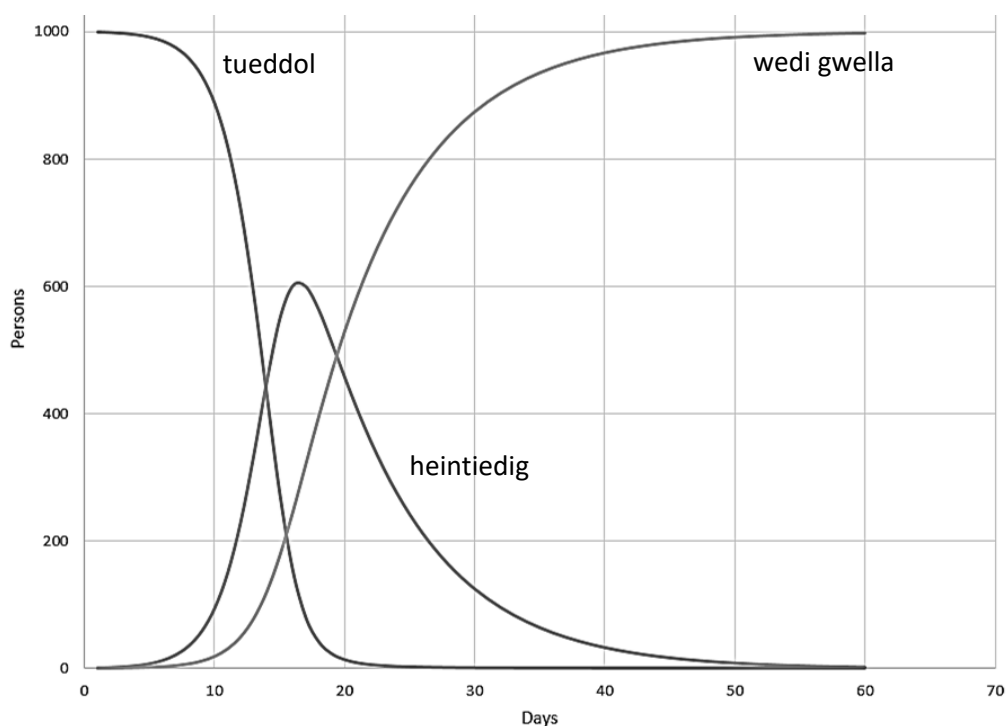
Mae'r gwerthoedd rhifiadol o baramedrau a ddefnyddir yn y model yw:

cyfradd heintiau $\beta = 0.08$, $\kappa = 10$

amser gwella $k = 8$ days

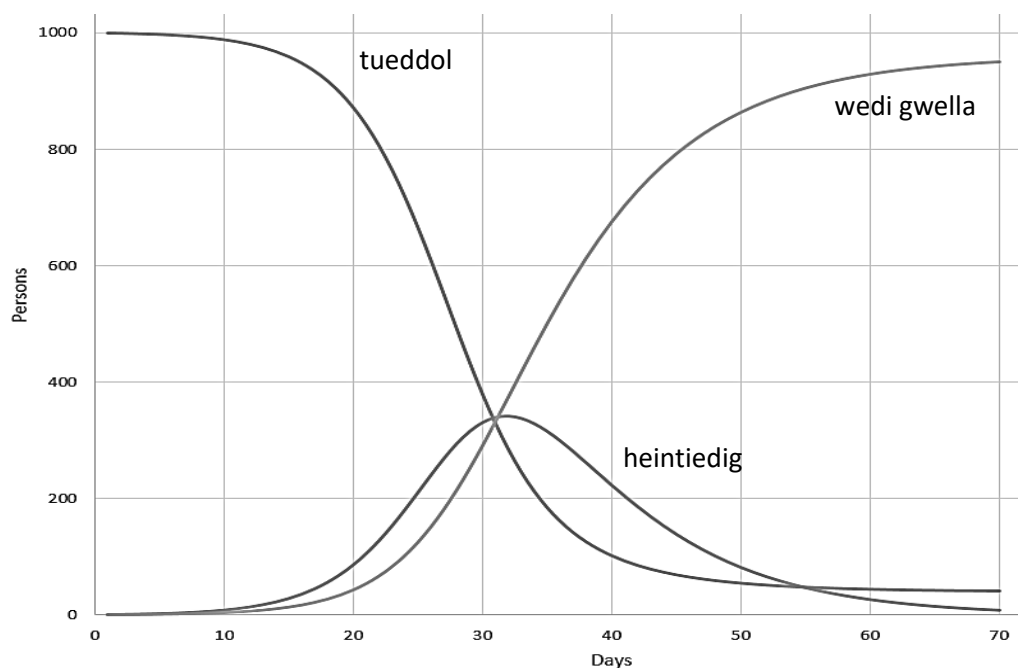
poblogaeth gychwynol: pobl dueddol = 1000, wedi heintio = 1, wedi gwella = 0

Gallwn nawr yn rhedeg y model am gyfnod efelychu o 60 diwrnod. Yn ystod y cyfnod hwn, rhagwelir y byddai ychydig dros hanner y boblogaeth fod yn sâl â'r clefyd. Mae hyn yn cynrychioli cyfradd haint uchel.



Ffigur 343: Model epidemig

Mae'n ddiddorol i ymchwilio i effeithiau o newid paramedrau'r model. Os yw nifer o gysylltiadau, κ , rhwng unigolion heintus ac y rhai sy'n tueddol yn cael ei leihau o 10 i 5, mae'r effaith yw oedi lledaeniad yr epidemig. Mae cyfanswm y bobl sy'n dal y salwch yn cael ei ostwng i tua hanner y nifer gwreiddiol. Felly bod cwarantîn cynnar o unigolion heintus yn fesur rheoli effeithiol iawn.



Ffigur 344: Model epidemig gyda llai o gyswllt heintus

Gan redeg y model, gwelir fod brig yr epidemig yn digwydd bob amser ar yr adeg pan fydd nifer cyfartal o bersonau tueddol ac wedi gwella yn bresennol yn y boblogaeth:

Hyd at y pwynt hwn, mae'r epidemig yn cynyddu. Pan fydd rhywun sydd wedi'i heintio yn cysylltu â'r unigolyn arall yn y boblogaeth, mae mwy na 50% o siawns y byddant yn dueddol.

Y tu hwnt y pwynt hwn, mae'r siawns o rywun sydd wedi'i heintio dod i gysylltiad â pherson tueddol yn dechrau disgyn. Mae mwy na 50% o siawns y byddant yn dod i gysylltiad â pherson sydd wedi ei gwella ac mae bellach yn imiwn.

Mae cyfanswm y nifer o unigolion y mae person yn heintio yn uniongyrchol yn y boblogaeth yn ystod ei gyfnod heintus cyfan yn cael ei adnabod fel y **paramedr epidemiolegol R_0** . Mae hwn yn fesur o heintus y clefyd. Gwerthoedd nodweddiadol yw:

| | |
|------------|----------|
| AIDS | 2 to 5 |
| Brech wen | 3 to 5 |
| Brech goch | 16 to 18 |
| Malaria | over 100 |

Mae hyn yn rhoi syniad ynghylch pam mae malaria efallai'r risg i iechyd mwyaf difrifol mewn llawer o wledydd sy'n datblygu.

Yn y ddwy enghraifft nesaf, rydym yn edrych ar y berthynas rhwng dulliau **macrosgobig** a **microsgobig** ar gyfer modelu:

Model llif traffig

Mae modelu llif traffig yn bwysig ar gyfer cynllunio rhwydweithiau ffyrdd diogel ac effeithlon, ac ar gyfer rheoli problemau tagfeydd ar y ffyrdd. Gall canlyniadau o foddelu yn darparu gwybodaeth am y cynllun mwyaf addas o lonydd traffig a'r terfynau cyflymder mwyaf priodol i osod.

Pan fydd gwaith ffordd dros dro yn cael eu cynnal ar draffordd, mae systemau gwrth-lif yn aml eu rhoi mewn lle gyda thraffig gyfyngu i un lôn heb gyfle i basio. Byddwn yn ystyried sut y gallai'r sefyllfa hon yn cael ei foddelu yn fathemategol.



Ffigur 345:

Gwrthlif traffig

Un dull o ymdrin â'r broblem modelu yw cymryd golwg **macrosgobig**. Mae'r llif traffig yn cael ei ystyried fel hylif, drwy wneud cymhariaeth â dŵr yn llifo trwy hyd o bibell. Mae rhan o'r bibell gyda diamedr llai yn cynrychioli'r cyfyngiad gwrthlif. Mae'n bosibl wedyn i ddefnyddio hafaliadau llif hylif i fodelu llif y traffig. Gall nifer o gerbydau sy'n pasio drwy'r system wrthlif ac ail-ymuno â'r draffordd arferol yn cael eu rhagweld ar gyfer gwahanol gyfraddau cyrraedd a therfynau cyflymder. Mae modelu traffig yn cael ei wneud yn fwy cymhleth oherwydd bod gyrwyr weithiau yn ymddwyn yn annisgwyl. Gall cerbydau gyflymu, arafu neu frêc ar adegau pan na fyddai hyn yn cael ei rhagweld gan yr amodau traffig o amgylch. Gall natur annisgwyl yn cael ei ychwanegu i fodel hylif drwy gyflwyno haprwydd neu gynnwrf i mewn i'r llif.

Er bod modelau llif hylif yn rhoi canlyniadau diddorol, a gellir ei gyfiawnhau yn ddamcaniaethol, gall fod yn anodd cysylltu'r model i ddigwyddiadau a gynhelir ar rwydwaith ffyrdd gwirioneddol. Dull arall yw cymryd golwg **microsgopig** lle mae symudiad pob cerbyd unigol yn cael ei fodelu. Yna, gall y symudiadau cerbydau yn cael eu cyfuno i ddarganfod paramedrau llif y traffig i gyd. Byddwn yn datblygu model microsgopig ar gyfer y system drafnidiaeth wrthlif.

Mae model syml pedwar-cam ar gyfer yr efelychiad o lif traffig wedi cynnig gan Vandaele et al. (2000):

Cam 1: cyflymu

Mae cyflymder mwyaf v_{\max} wedi ei osod ar gyfer y ffordd. Mae pob car nad ydynt eisoes wedi cyrraedd y cyflymder mwyaf posibl yn cyflymu.

Cam 2: pellter diogelwch

Rydym yn canfod maent y bwlch wag o flaen pob cerbyd. Os yw cerbyd yn cael unedau o ffordd wag d o'r blaen ac mae ei gyflymder (mewn unedau pellter ym mhob cyfnod amser) yn fwy na d , yna bydd y cyflymder yn cael ei ostwng i d er mwyn cyd-fynd â'r cyflymder y cerbyd o'r blaen.

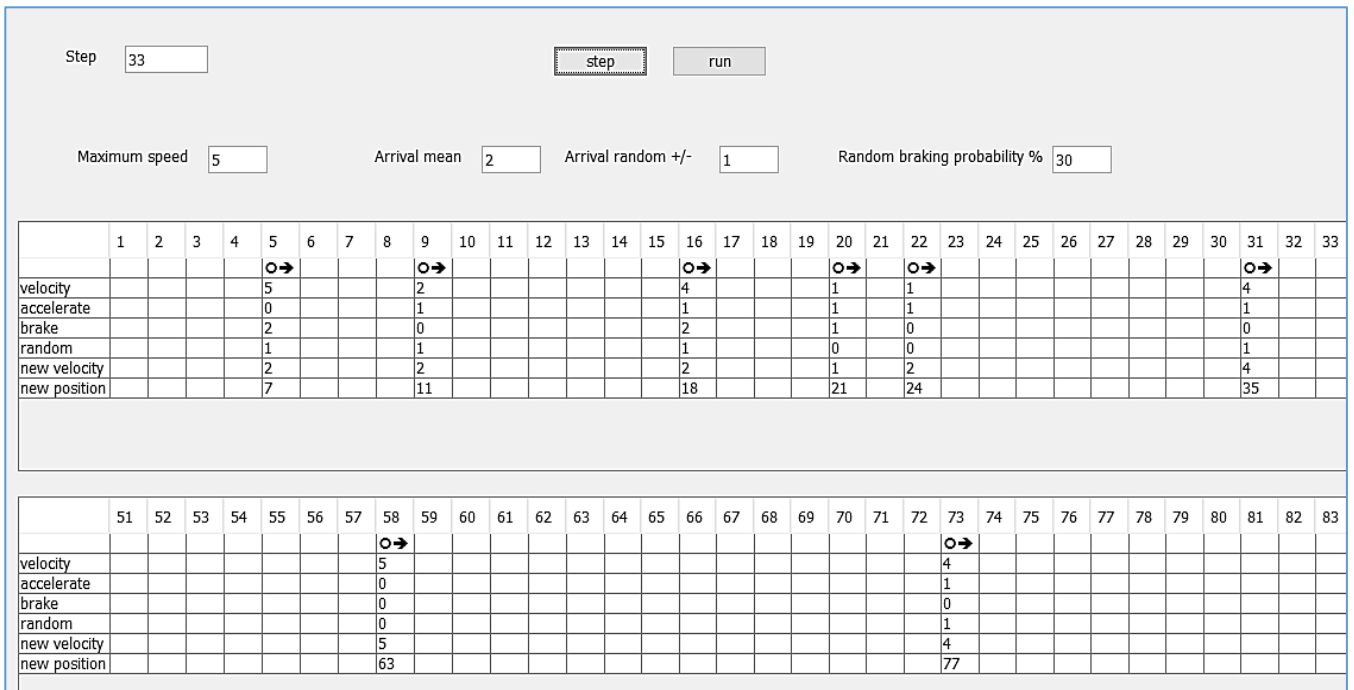
Cam 3: haprwydd

Gall gyrwyr yn ymddwyn yn anrhagweladwy, a lleihau cyflymder yn annisgwyl. Gyda thebygolrwydd p , mae cerbyd yn lleihau ei gyflymder gan un uned.

Cam 4: gyrru

Bydd y cyflymder newydd v_n ar gyfer pob cerbyd n yn cael ei throsglwyddo ymlaen i'r lleoliad newydd, yn barod i gychwyn y cam amser nesaf.

Gall model llif traffig microsgopig yn cael ei redeg â llaw, gan ddefnyddio papur a phensil, ond mae'n ymarfer diddorol i fyfyrwyr i sefydlu'r model ar gyfrifiadur. Gall naill ai taenlen neu iaith raglennu yn cael ei ddefnyddio. Yn yr enghraifft hon, mae rhaglen Java wedi cael ei gynhyrchu gyda rhyngwyneb Windows (ffigur 346). Mae hyd y system wrthlif wedi ei rannu i 100 o adrannau, gyda phob un ei chynrychioli gan golofn wedi rhifo yn y tablau. Bydd manylion am fudiant unrhyw gerbyd ym mhob lleoliad yn gyfredol yn cael ei ddangos.



Ffigur 346: Model llif traffig microsgopig

Newidynnau ar gyfer pob cerbyd yw:

cyflymder

Cyflymder y cerbyd ar ddechrau'r cam cyfredol. At ddibenion y model hwn, roedd angen dim ond canlyniadau ansoddol ac mae cyflymder ei nodi mewn unedau mympwyol. Datblygiad pellach byddai defnyddio gywir cyflymderau ffordd.

cyflymu

Mae'r cyflymder uchaf a ganiateir yn cael ei nodi wrth redeg y model. Unrhyw gerbydau sy'n teithio am lai na chyflymder uchaf yn cael cyflymiad o 1 uned. Er enghraifft: y cerbyd ar leoliad 5 eisoes yn teithio ar y cyflymder uchaf, felly yn cael ei roi sero cyflymiad. Fodd bynnag, mae'r cerbyd ar leoliad 9 yn teithio o dan y cyflymder uchaf, felly rhoddir cyflymiad.

brecio

Mae nifer o unedau o ffordd wag o flaen pob cerbyd yn cael ei wirio, a brecio yn cael ei gymhwyso os yw'r cyflymder presennol yn fwy na'r gwerth hwn. Brecio hefyd yn cael ei gymhwyso pe byddai'r cerbyd yn fwy na'r uchafswm cyflymder a ganiateir, fel y gallai fod yn wir pan fydd cerbydau yn cyrraedd ar ddechrau'r gwrth-lif.

haprwydd

Mae rhai cerbydau ar hap yn brecio gan un uned, yn ôl tebygolrwydd sy'n cael ei ddewis cyn rhedeg y model. P'un cerbyd penodol yn brecio yn cael ei benderfynu gan gynhyrchu rhif ar hap rhwng 0 a 99, ac yna gwirio a yw hyn yn llai na'r tebygolrwydd a ddewiswyd.

cyflymder newydd

Mae cyflymder ar gyfer pob cerbyd yn ystod y cam amser nesaf yn dod o hyd drwy ychwanegu gyflymiad at y cyflymder blaenorol, ac yna rhoi unrhyw brecio.

Ileoliad newydd

Gall lleoliad newydd ar y ffyrdd yn cael ei gyfrifo drwy ychwanegu nifer o unedau cyflymder i'r lleoliad presennol. Er enghraifft, ystyriwch y cerbyd ar hyn o bryd yn safle 5:

- cyflymder cychwynnol yw 5 uned
- nid oes cyflymiad, gan fod y cerbyd eisoes yn teithio ar y cyflymder uchaf a ganiateir
- mae brecio gofynnol o 2 uned oherwydd y gofod cyn i'r cerbyd o'r blaen
- mae yna hefyd brecio hap o 1 uned
- didynnu brecio o'r cyflymder cychwynnol yn rhoi cyflymder newydd o 2 uned
- cyflymder newydd yn cael ei hychwanegu at leoliad y ffordd 5 ar hyn o bryd, i roi lleoliad ffordd newydd 7 ar gyfer y cam amser nesaf.

Bydd safleoedd cerbydau eraill yn cael eu symud ymlaen mewn ffordd debyg.

Gall y patrwm cyrraedd ar gyfer cerbydau yn cael ei addasu gan ddefnyddio dau bamedr:

cymedr cyrraedd yn gosod nifer o gamau amser rhwng y cerbydau sy'n cyrraedd wrth gychwyn y gwrth-lif.

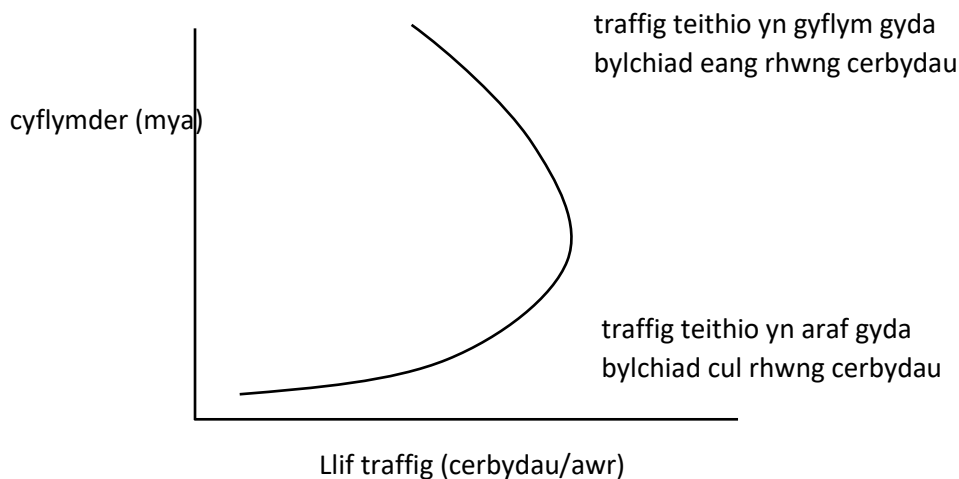
cyrraedd ar hap yn addasu'r gyfradd cyrraedd ar hap o fewn ystod benodedig o gyfnodau amser.

Felly mae'n bosibl i efelychu llif cyson o gerbydau yn cyrraedd, neu i ganiatáu i gerbydau i gyrraedd ar hap mewn grwpiau.

Mae pob cerbyd sy'n gadael y system yn cael ei gyfrifo, a gall ei amser i basio drwy'r gwrthlif yn cael ei gofnodi. Mae hyn yn caniatáu dadansoddiad manwl o'r llif traffig a gynhyrchir o dan wahanol amodau. Gall nifer o gasgliadau diddorol yn cael ei dynnu:

Cyflymder

Gall cyfaint cyflawn o draffig sy'n gallu pasio drwy'r gwrthlif yn cael ei effeithio gan gyfyngiad cyflymder a nodwyd:

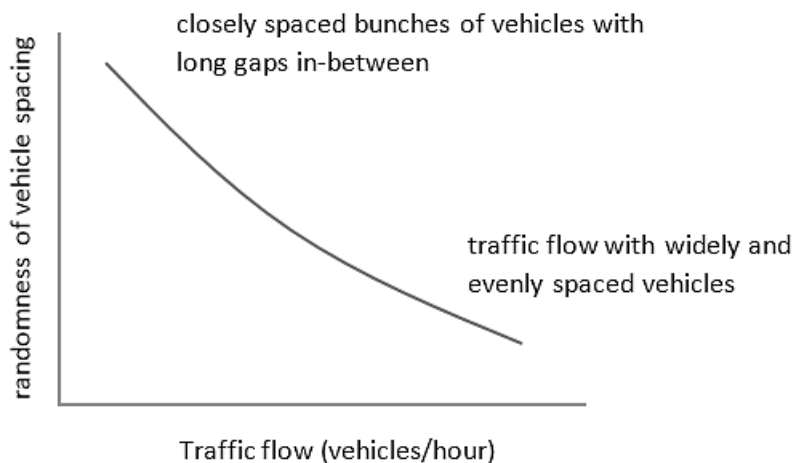


Ffigur 347: Effaith y gwrthlif ar gyflymder cymedrig llif y traffig

Os bydd cyfyngiad cyflymder yn isel, bydd cyfanswm llif y traffig yn isel. Mae'n fwy o syndod, fodd bynnag, y gall cyflymder uchel hefyd yn arwain at gyfanswm llai o lif traffig. Gyrwyr yn naturiol cadw pellter mwy rhwng cerbydau wrth deithio mewn traffig cyflym. Lle mae'r traffig yn cael ei gyfyngu i un lôn, mae tebygolrwydd uchel y bydd gyrwyr yn synhwyro eu bod yn teithio yn rhy gyflym a brecio. Gallai hyn fod yn fwy difrifol nag yn angenrheidiol, a gall achosi effaith ton o frecio trwy'r traffig canlynol, sy'n tarfu ar y llif llyfn. Canfuwyd y gall uchafswm mwyaf llif y traffig yn cael ei gyflawni ar gyflymder canolradd.

Grwpio cerbydau

Gall rhedeg y model yn cael ei gyflawni am batrymau gwahanol o gerbydau yn cyrraedd. Os ddyfodiaid yn cael eu gwasgaru'n gyfartal, mae hyn yn tueddu i gynhyrchu trosglwyddo llyfn o draffig drwy'r gwrth-lif. Fodd bynnag, gall dyfodiad sypiau o draffig sy'n symud yn gyflym yn achosi brecio difrifol ac amharu ar y llif llyfn, gan arwain at ostyngiad mewn capasiti llif traffig cyflawn.



Ffigur 348: Effaith grwpio cerbydau yn cyrraedd mewn llif traffig

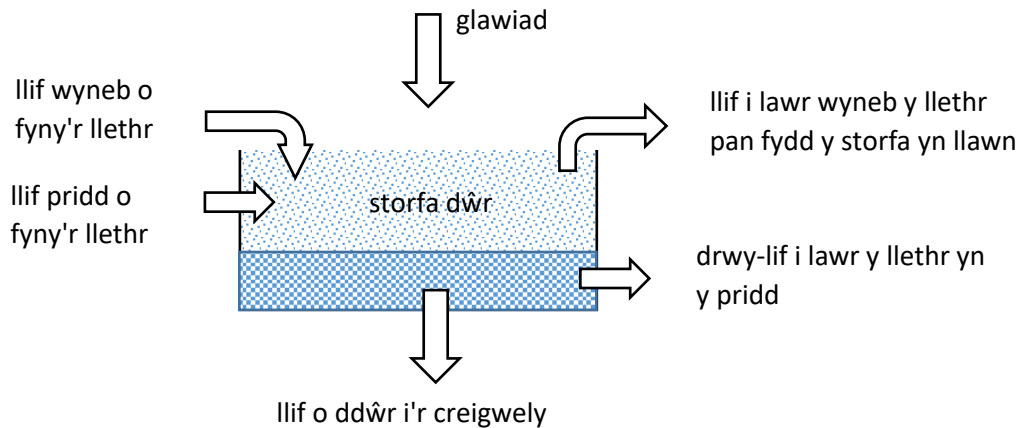
Os gall mesurau i'w gael am gynhyrchu llif traffig mwy llyfn yn yr ymagweddau at y rhan gwrthlif, mae hyn yn debygol o leihau tagfeydd ac oediadau.

Mae'r cysylltiadau rhwng modelau microsgopig a macrosgopig yn dod yn amlwg. Gall llif traffig uwch yn cael ei gyflawni os bydd y llif yn llyfn a thyrfedd cael ei osgoi.

Llif y dŵr ar lethr

Mae defnydd arall o ymagwedd ficrosgopig i fodelu dŵr yn llifo i lawr llethrau ar ôl glawiad. Mae hwn yn bwnc pwysig mewn daearyddiaeth i egluro prosesau megis llifogydd a dosbarthiad llystyfiant naturiol.

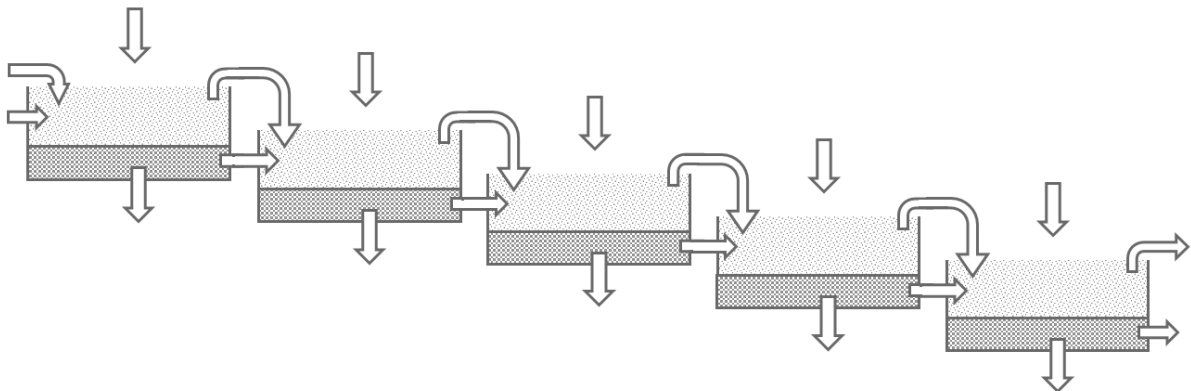
Yn hytrach na fodelu llethr fel un gwrthrych, gall ydym yn cynrychioli'r llethr fel cyfres o **storfeydd**. Mae pob storfa yn gallu derbyn mewnbyn o ddŵr glaw, a gall dŵr llifo i lawr wyneb y llethr a drwy'r pridd (ffigur 349).



Ffigur 349: Storfa ddŵr llethr

Mae faint o ddŵr y gellir ei gynnal mewn storfa yn dibynnu o fandylledd y pridd. Gall y storfa colli dŵr, drwy lif i lawr y llethr trwy'r pridd, ac i mewn i'r creigwely. Os bydd y storfa dod yn llawn, gall dŵr orlifo ar wyneb y ddaear ac yn rhedeg i lawr y llethr.

Mae model microsgopig yn cael ei wneud o gyfres o storfeydd cydgysylltiol:



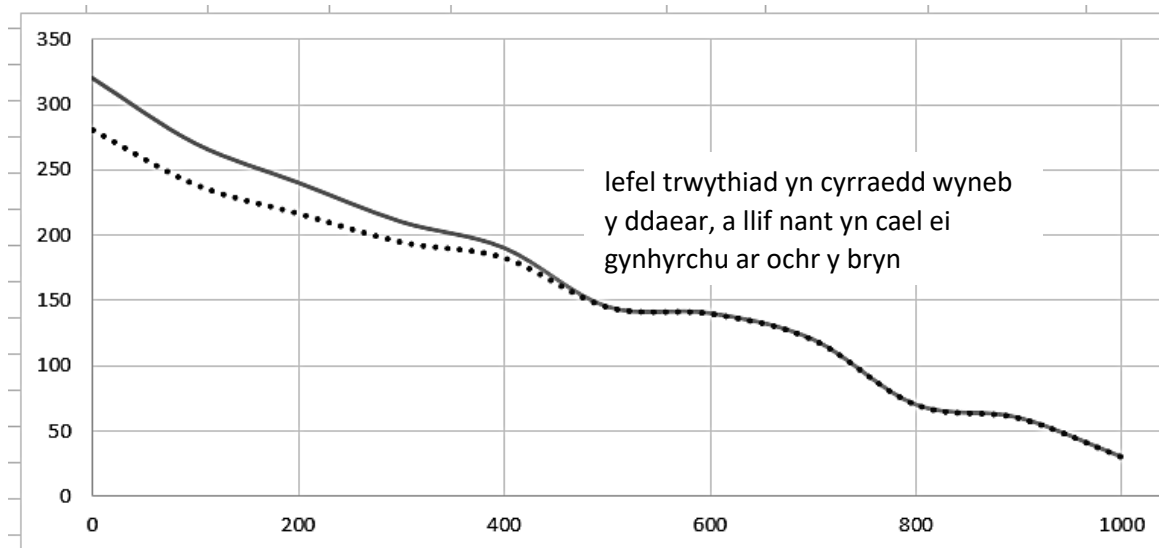
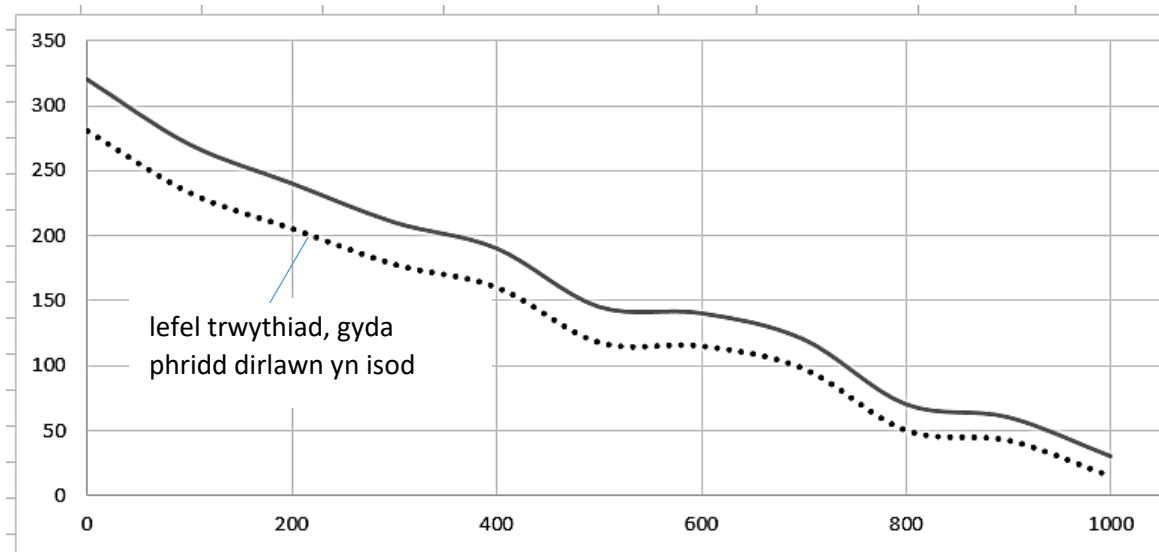
Ffigur 350: Model hydrolegol llethr

Wrth weithredu'r model, rydym yn gwneud cyfres o dybiaethau:

- Gall dŵr glaw a dŵr tir wyneb yn mynd i mewn i storfa yn unig os nad yw'n llawn yn barod. Unwaith y bydd y storfa yn llawn, bydd unrhyw ddŵr ychwanegol yn llifo ar draws wyneb y tir i'r storfa nesaf i lawr y llethr.
- Mae'r gyfradd y gall dŵr fynd i mewn i storfa ei gyfyngu gan symudiad dŵr trwy'r mandyllau'r pridd. Os yw dŵr yn cyrraedd gyda chyfradd rhy gyflym, bydd y swm gormodol yn llifo ar hyd wyneb y tir.
- Mae cyfradd mae'r dŵr yn llifo i mewn i'r creigwely yng nghyfrannedd â faint o ddŵr yn y storfa. Os bydd y storfa yn llawn, bydd mwy o bwysau dŵr, gan arwain at golled gyflymach o ddŵr.
- Yn yr un modd, bydd llif i lawr y llethr drwy'r pridd yn dibynnu ar faint o ddŵr sydd yn y storfa. Os bydd y storfa yn llawn, bydd dŵr yn llifo drwy'r pridd yn gyflymach. Mae llif i lawr y llethr drwy'r pridd hefyd yn dibynnu ar ongl y llethr, gyda llif cyflymach ar lethr serth.

Gall model y llethr yn cael ei adeiladu gan ddefnyddio taenlen, neu gall rhaglen gyfrifiadurol yn cael ei gynhyrchu. Drwy ddatblygu ac arbrofi gyda model, gall myfyrwyr daearyddiaeth cael dealltwriaeth well o brosesau hydrolegol. Gall gwahanol fecanweithiau yn cael ei efelychu i atal llifogydd:

- Llif trostir **gor-dirlawnder**, pan fydd cyfnod hir o lawiad wedi llenwi'r storffeydd dŵr pridd ac unrhyw law pellach yn rhedeg ar hyd wyneb y tir. Gall y sefyllfa hon yn digwydd ar ôl sawl diwrnod cyson o law cymedrol.
- Llif trostir **gor-ymdreiddio**, lle mae glaw storm dwys dros ben yn cyrraedd wyneb y tir yn gyflymach nag y gall ei ymdreiddio i mewn i'r pridd. Mae'r dŵr dros ben yn rhedeg i ffwrdd i lawr y llethr. Gall y sefyllfa hon ddigwydd yn ystod stormydd taranau.



Ffigur 351: Model hydrolegol o lethr, yn dangos y lefel trwythiad yn codi i'r wyneb ar ôl cyfnod o lawiad efelychu, gan gynhyrchu llif trostir gor-dirlawnder

Ongl llethr sgri

Yn aml mae gan foddelu mathemategol yr amcan o adnabod patrymau mewn data a chynhyrchu fformiwla algebraidd i ddisgrifio rhai sefyllfa byd go iawn. Gall y fformiwla wedyn yn cael ei ddefnyddio i wneud cyfrifiadau yn y dyfodol.

Mae data go iawn fel arfer yn dangos rhyw beth o hap. Un dull cyffredin o gael fformiwla o ddata yw blotio pwyntiau data ar graff gwasgariad, yna dod o hyd i ffit orau o gromlin drwy'r pwyntiau. Mae'r gromlin a ddewisir yn aml yn llinell syth gyda hafaliad:

$$y = mx + c$$

Ile mae **m** yw graddiant y llinell syth a **c** yw rhyngdoriad ar yr echelin fertigol. Fel enghraifft, byddwn yn edrych ar brosiect a gynhaliwyd gan fyfyrwyr daearyddiaeth i ymchwilio i onglau llethr sgri.

Ffurfiwyd sgri ar ddiwedd yr Oes Iâ, ar adeg pan roedd y tymheredd yn siglo o gwmpas pwynt rhewi. Yn ystod y dydd, toddi o eira a rhew yn cynhyrchu dŵr oedd yn mynd i mewn craciau yn arwynebau creigiau. Yn y nos, rhewi yn achosi ehangu oedd yn torri'r graig, gan ganiatáu darnau i dorri i ffwrdd dan ddisgyrchiant ac yn cynhyrchu croniadau o sgri islaw wynebau clogwyni.

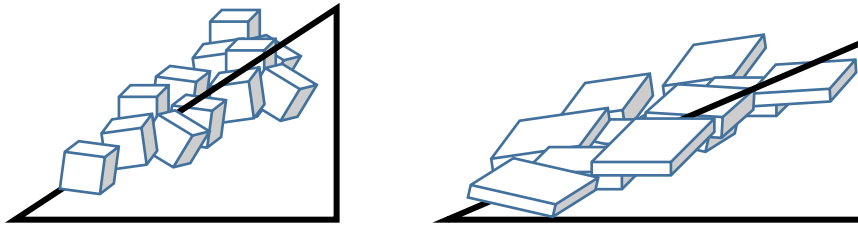
Mae llethrau sgri yn cael llethr cyson, neu **unionlin**. Yr ongl wirioneddol y llethr, fodd bynnag, yn amrywio ar gyfer gwahanol leoliadau. Mae sgri ar Graig yr Aderyn, Abergynolwyn, yn cael ongl llethr o 34° .



Ffigur 352: Sgri ar Craig yr Aderyn, Abergynolwyn

Y cam cyntaf wrth foddelu mathemategol yw penderfynu ar y ffactorau arwyddocaol y dylid eu cynnwys yn y model. Mae'n rhesymol i awgrymu bod y ffactor fwyaf pwysig yn rheoli ongl llethr yw siâp y darnau craig yn y sgri.

Mae blociau yn tueddu i greu pentwr yn erbyn ei gilydd, tra gall slabiau gwastad sleidio yn haws i lawr y rhiw dros ei gilydd.



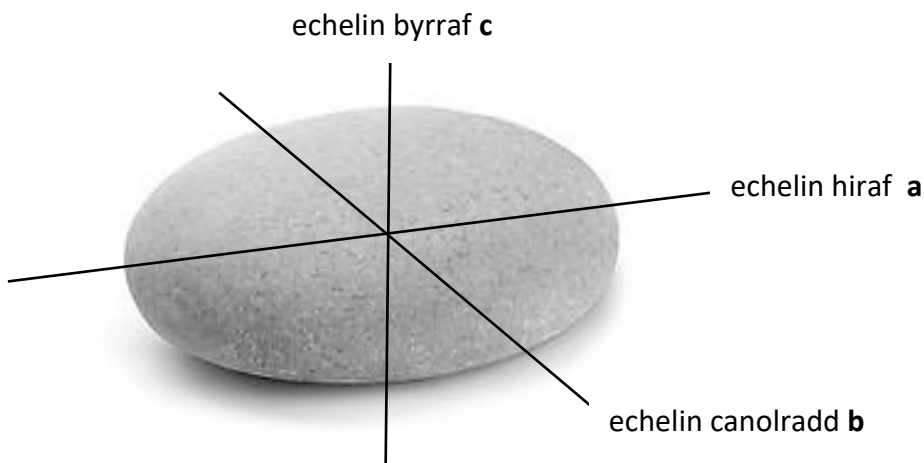
Ffigur 353: Siâp dernyn yn effeithio ar ongl llethr sgrï

Creigiau sydd yn torri i lawr i ddarnau ciwbig, megis gwenithfaen, yn tueddu i gynhyrchu croniadau sgrï serth. Creigiau sydd yn torri i lawr i daflenni gwastad, fel llechi, yn tueddu i greu sgrï gydag onglau graddol.

Gellir siâp darn yn cael ei fesur trwy gyfrwng y mynegai sfferig. Mae hyn yn cael ei ddiffinio gan y gymhareb:

$$\text{mynegai sfferig} = \frac{\text{cyfaint y darn yn graig}}{\text{cyfaint y sffêr lleiaf a fyddai'n amgáu}}$$

Yn ymarferol, mae'n anodd mesur cyfaint darn craig. Dull cyflymach sy'n rhoi brasamcan da o'r mynegai sfferig yw mesur dimensiynau uchafswm, canolradd a byrraf o'r darn yn graig ar hyd tair echel ar ongl sgwâr:



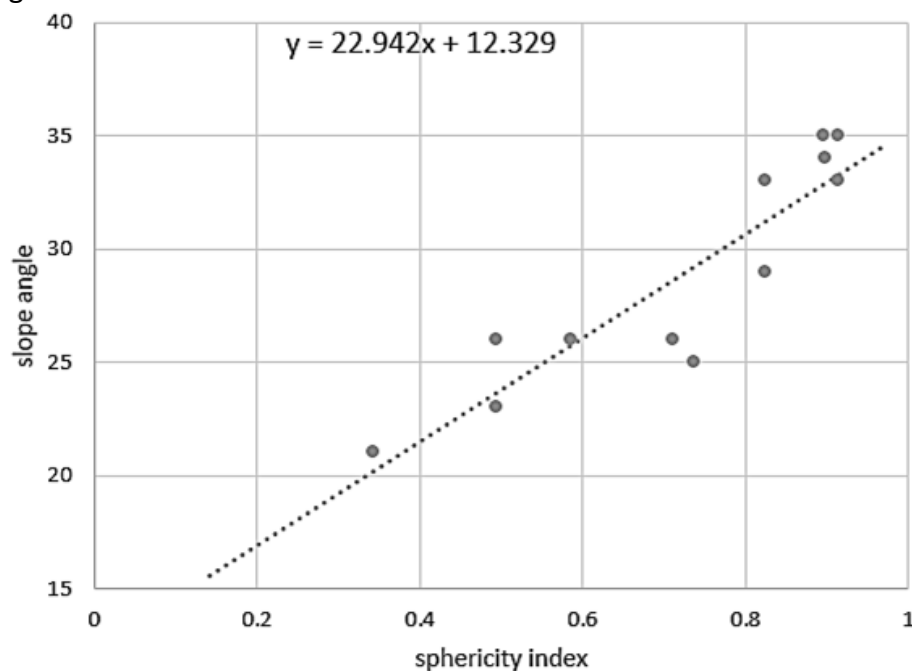
Ffigur 354: Mesuriadau darn craig

Mae'r mynegai sfferig ei gael gan ddefnyddio'r fformiwla:

$$\text{mynegai sfferig} = \sqrt[3]{\frac{bc}{a^2}}$$

Mae darn sy'n sffêr berffaith yn cael mynegai sfferig o 1.0, ac mae siapiau mwy gwastad yn cael gwerthoedd mynegai sfferig yn is.

Cafodd arolwg ei wneud ar nifer o lethrau sgri yng Ngogledd Cymru a ddatblygwyd mewn gwahanol fathau o greigiau. Cafwyd gwerth cyfartalog mynegai sfferig ar gyfer pob safle ar ôl mesur 50 o ddarnau a ddewiswyd ar hap o'r sgri. Canlyniadau ar gyfer y safleoedd yn cael eu harddangos yn ffigur 355. Gwelir bod berthynas linol weddol gryf rhwng ongl llethr a mynegai sfferig.



Ffigur 355: Perthynas rhwng ongl llethr a mynegai sfferig mewn dyddodion sgri

Mae llinell syth wedi ei gosod ar gyfer y data gan y feddalwedd taenlen, gan ddefnyddio atchweliad llinol. Mae hafaliad y llinell yn rhoi'r berthynas:

$$\text{ongl llethr} = (22.942 \times \text{mynegai sfferig}) + 12.329$$

Cam olaf y cylch modelu yw profi'r model yn erbyn y byd go iawn drwy wneud a gwirio rhagfynegiadau. Gan ddefnyddio'r hafaliad hwn, mae'n bosibl i:

- gael amcangyfrif o'r mynegai sfferig gyfer darnau mewn llethr sgri, os yw'r ongl llethr yn ei adnabod.
- gael amcangyfrif o'r ongl llethr o sgri ffurfio o ddarnau o siâp wedi ei adnabod.

Os nad yw'r model yn perfformio'n ddigonol, yna gall data pellach yn cael eu hychwanegu a hafaliad newydd ei chyfrifo.

Gall atchweliad llinol fod yn dechneg bwerus ar gyfer deillio hafaliadau o setiau o fesuriadau. Yn yr enghraifft syml hon mae'r ongl llethr yn ddibynnol ar ddim ond un newidyn, megis mynegai sfferig. Mewn modelau mwy cymhleth, efallai y bydd yr endid o ddiddordeb yn dibynnu ar nifer o wahanol newidynnau. Yn yr enghraifft nesaf, byddwn yn ymchwilio i'r defnydd o **atchweliad llinol lluosog** wrth ddadansoddi problem fwy cymhleth o'r math hwn.

Amser ar gyfer all-daith

Mae'n ofynnol i fyfyrwyr sy'n hyfforddi i arwain gweithgareddau awyr agored i wneud amcangyfrifon rhesymol cywir o'r amser y bydd teithiau yn cymryd dros dir mynyddig fel rhan o'r weithdrefn diogelwch. Gall fformiwla fathemategol a elwir yn Rheol Naismith yn cael ei ddefnyddio ar gyfer amcangyfrif amser teithio. Mae hyn yn cyfrifo'r amser yn seiliedig ar gyflymder cerdded dros dir gwastad, ac yna ychwanegu amser ychwanegol ar gyfer ddringo yn ystod y daith:

Dyfeisiwyd y rheol gan William W. Naismith, mynyddwr Alban, yn 1892. Mae'n caniatáu 1 awr am bob 5 cilomedr (3.1 milltir) ymlaen, ynghyd ag 1 awr am bob 600 metr (2,000 troedfedd) o ddringo.

Cafodd Rheol Naismith eu haddasu wedi hynny a'u gwella gan y mynyddwr Tranter, a gyflwynodd cywiriadau i ganiatáu amser siwrnai ychwanegol os yw lefel o ffitrwydd y blaid yn isel, os yw sachau teithio trwm eu cario, neu os yw'r grŵp yn cerdded yn y tywyllwch neu mewn tywydd gwael.

Mae myfyrwyr sy'n defnyddio Rheol Naismith gyda chywiriadau Tranter wedi canfod bod y cyfrifiadau amser ar gyfer teithiau yn ardal fynyddig gogledd Cymru yn dal i fod yn anghywir iawn. Mae hyn yn ganlyniad i amrywiadau eang yn yr amser a gymerir i groesi gwahanol fathau o dirwedd. Mae cyflymder cerdded yn llawer arafach ar draws rhostir neu drwy goedwig wedi tyfu'n wyllt o gymharu â llwybrau troed a adeiladwyd yn dda. Mae sgramblo dros greigiau mawr rhydd ar fynyddoedd neu groesi corsydd mawn gyda phyllau dwfn o fwsogl meddal yn arbennig o araf, gan fod angen cymryd gofal mawr.

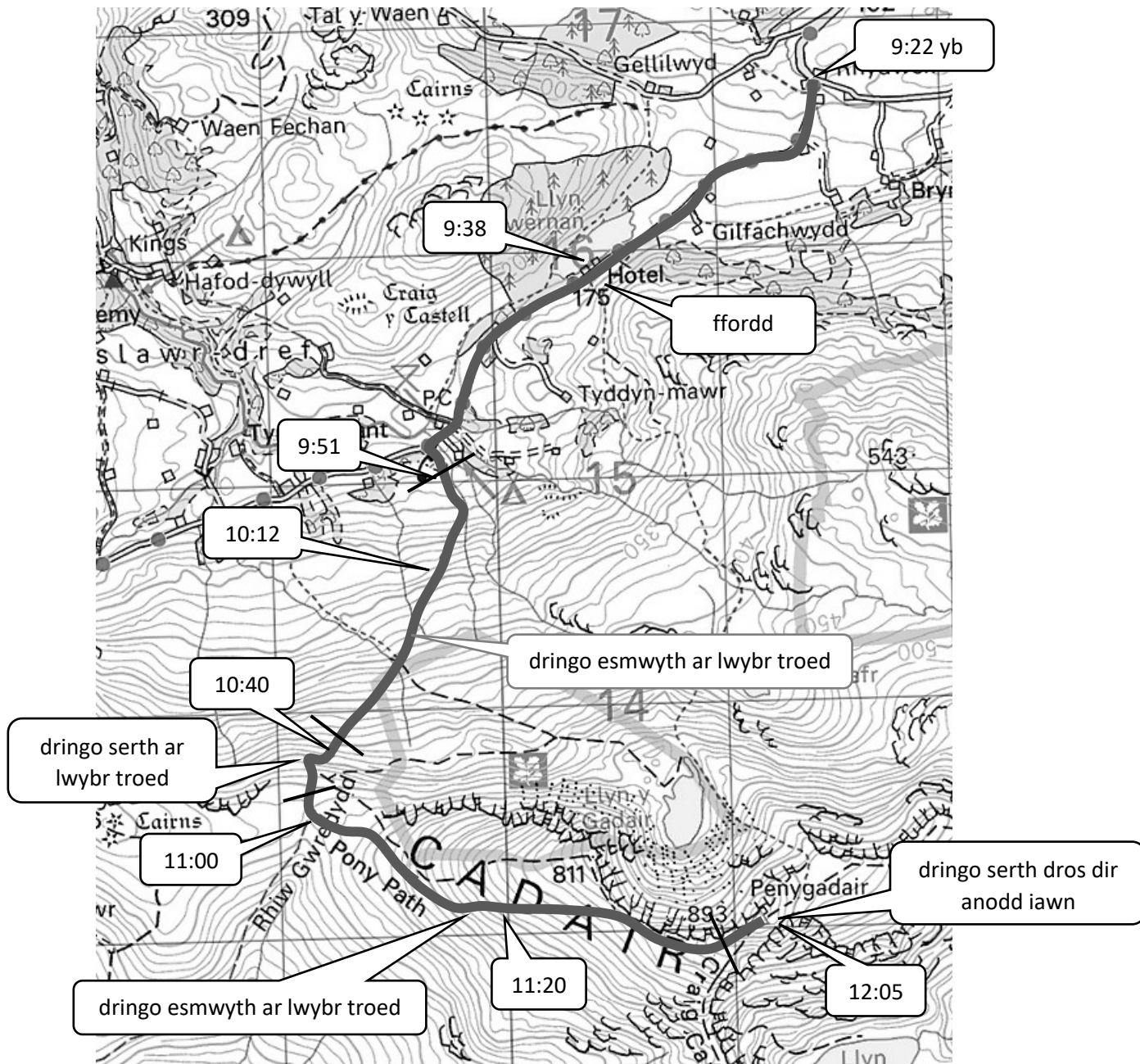
I greu model mathemategol ar gyfer amcangyfrif amseroedd teithio, nodwyd bod chwe ffactor tir yn arwyddocaol:

- **cyfanswm pellter** ar gyfer y daith,
- **dringo esmwyth**, ar hyd llwybr rhesymol lle mae cyflymder ei leihau,
- **dringo serth**, ar hyd llwybr rhesymol lle mae cyflymder ei leihau yn fawr oherwydd esgyniad serth iawn,
- **disgyniad serth**, ar hyd llwybr rhesymol gyda chyflymder is oherwydd y gofal sydd ei angen,
- **tir anodd**, megis croesi rhostir garw neu goedwig ar hyd llwybrau wedi eu diffinio'n wael, lle mae cyflymder yn cael ei leihau,
- **tir anodd iawn**, megis croesi caeau clogfaen neu gorsydd mawn, lle mae cyflymder yn cael ei leihau yn fawr.

Mesurir pob pellter yn mewn cilometrau, gan wneud defnydd o fapiau Arolwg Ordnans, ffotograffau awyr a delweddau ffotograffig eraill a fydd yn helpu i ddangos natur y dirwedd a fydd yn cael ei groesi. Mae pob rhan o'r daith yn cael ei gyfrif o fewn un categori yn unig, felly er enghraifft: byddai disgyniad serth dros greigiau rhydd yn cael ei gyfrif fel tirwedd anodd iawn.

Er mwyn calibro'r model, roedd yn angenrheidiol i gasglu data ar yr amseroedd teithio a nodweddion llwybr ar gyfer nifer o deithiau. Er enghraifft, mae amseriadau ar gyfer ddringo

Cader Idris i'w gweld yn ffigur 356. Cafodd nodweddion pob rhan o'r daith eu cofnodi:



| | | |
|------------------|----------------|-----------|
| cyfanswm amser | 2 awr 43 munud | |
| cyfanswm pellter | 6.7 km | |
| dringo esmwyth | 3.3 km | araf |
| dringo serth | 0.3 km | araf iawn |
| disgyniad serth | - | araf |
| tir anodd | - | araf |
| tir anodd iawn | 0.2 km | araf iawn |

Ffigur 356: Data siwrnai ar gyfer ddringo Cader Idris

Casglwyd y gyfres o setiau data daith, ac yna ei ddadansoddi gan ddefnyddio **atchweliad llinol lluosog**. Amcan y dechneg hon yw cymhwyso ffactor llwytho am bob un o'r newidynnau. Mae hyn yn arwain at hafaliad o'r ffurf:

$$\text{amser daith} = (A \times \text{cyfanswm pellter}) + (B \times \text{dringo esmwyth}) + (C \times \text{dringo serth}) + (D \times \text{disgyniad serth}) + (E \times \text{tir anodd}) + (F \times \text{tir anodd iawn})$$

Gall ragwelir yr amser teithio ar gyfer taith newydd gan roi niferoedd o gilometrau o fewn pob categori tir, ac yna lluosu gan y cysonyn priodol A - F.

Mae meddalwedd ar gyfer cynnal atchweliad llinol lluosog ar gael i'w lawr lwytho oddi ar y Rhyngwrdd. Mae'r meddalwedd a ddefnyddir gan ein myfyrwyr yw'r pecyn Regressit a gynhyrchwyd gan Brifysgol Duke a Phrifysgol Texas. Mae hyn yn cael ei osod fel estyniad dadansoddi data i daenlen Microsoft Excel. Mae'r pecyn hwn ar gael oddi wrth:

<http://regressit.com/>

Yn gyntaf mae data'n cael ei gofnodi mewn taflen waith Excel, gydag enwau amrywiol a ddarperir fel penawdau colofn. Mae'n ofynnol i roi'r un nifer o lythyrau ar gyfer bob enw newidyn:

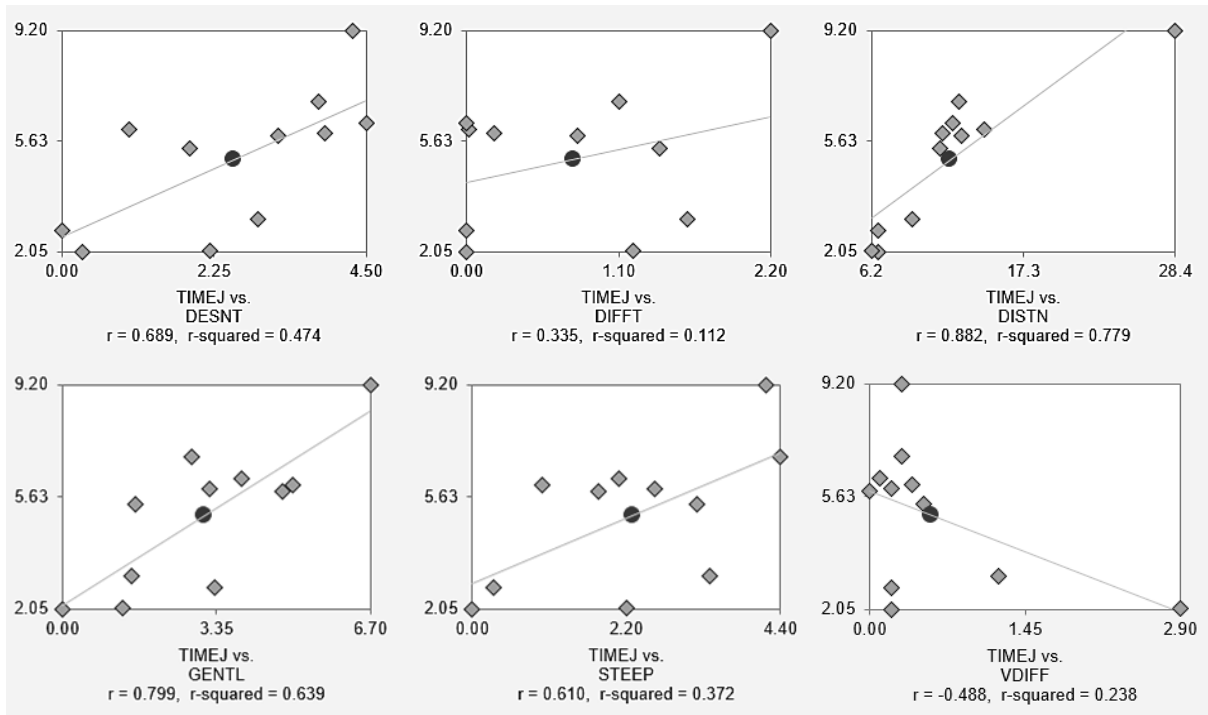
| | |
|-------|------------------|
| TIMEJ | amser siwrnai |
| DISTN | cyfanswm pellter |
| GENTL | dringo esmwyth |
| STEEP | dringo serth |
| DESNT | disgyniad serth |
| DIFFT | tir anodd |
| VDIFF | tir anodd iawn |

Cofrestrwyd pellteroedd mewn cilometrau ar gyfer un ar ddeg o deithiau alldaith:

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | Journey | TIMEJ | DISTN | GENTL | STEEP | DESNT | DIFFT | VDIFF |
| 2 | 1 | 2.72 | 6.7 | 3.3 | 0.3 | 0 | 0 | 0.2 |
| 3 | 2 | 2.05 | 6.7 | 0 | 0 | 0.3 | 0 | 0.2 |
| 4 | 3 | 6 | 14.4 | 5 | 1 | 1 | 0.02 | 0.4 |
| 5 | 4 | 5.8 | 12.8 | 4.8 | 1.8 | 3.2 | 0.8 | 0 |
| 6 | 5 | 5.4 | 11.2 | 1.6 | 3.2 | 1.9 | 1.4 | 0.5 |
| 7 | 6 | 6.9 | 12.6 | 2.8 | 4.4 | 3.8 | 1.1 | 0.3 |
| 8 | 7 | 6.2 | 12.1 | 3.9 | 2.1 | 4.5 | 0 | 0.1 |
| 9 | 8 | 5.9 | 11.4 | 3.2 | 2.6 | 3.9 | 0.2 | 0.2 |
| 10 | 9 | 2.1 | 6.2 | 1.3 | 2.2 | 2.2 | 1.2 | 2.9 |
| 11 | 10 | 9.2 | 28.4 | 6.7 | 4.2 | 4.3 | 2.2 | 0.3 |
| 12 | 11 | 3.1 | 9.2 | 1.5 | 3.4 | 2.9 | 1.6 | 1.2 |

Ffigur 357: Data taith ar gyfer cyfres o allteithiau

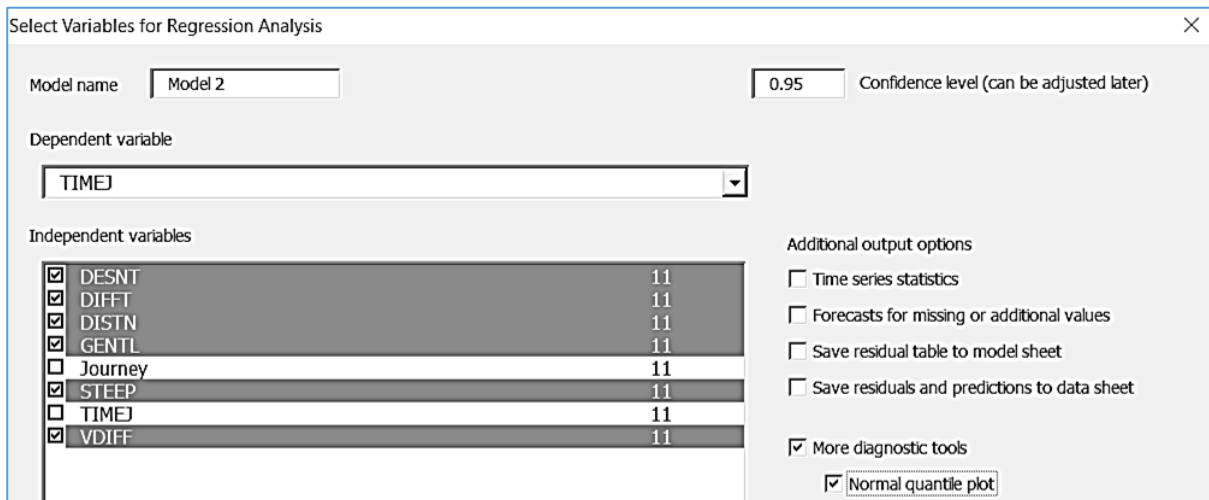
Gall y feddalwedd gynhyrchu set o raffiau gwasgariad ar gyfer pob un o'r newidynnau annibynnol mewn perthynas ag **amser teithio**. Dangosir y rhain yn ffigur 358.



Ffigur 358: Graffiau gwasgariad am amser teithio yn erbyn pob un o'r newidynnau annibynnol

Mae llinellau atchweliad ffit orau yn cael eu dangos, ynghyd â'r cyfernod cydberthyniad r . Fel y galleddisgwyl, mae cydberthynas eithaf da rhwng amser teithio a chyfanswm y pellter, a hefyd rhywfaint o gydberthynas yn erbyn pellteroedd esgyniad esmwyth a serth. Mae'r daith yn debygol o fod yn hirach ar gyfer llwybrau hirach, a phan dringo arafach yn cymryd rhan. Cydberthyniadau â newidynnau eraill, disgyniad serth, tir anodd a thir anodd iawn, yn llai clir. Mae hyn oherwydd nad yw'r mathau hyn o dir yn aml elfennau sylweddol o'r alldeithiau cofnodi.

Mae'r fformiwla atchweliad lluosog yn cael ei gyfrifo drwy ddewis y newidynnau dibynnol ac annibynnol o restr o feysydd:



Ffigur 359: Dewis o newidynnau i gynnal atchweliad llinol lluosog

Mae'r canlyniadau allbwn gan y meddalwedd yn dangos y cyfernodau sydd i'w defnyddio yn y fformiwla atchweliad:

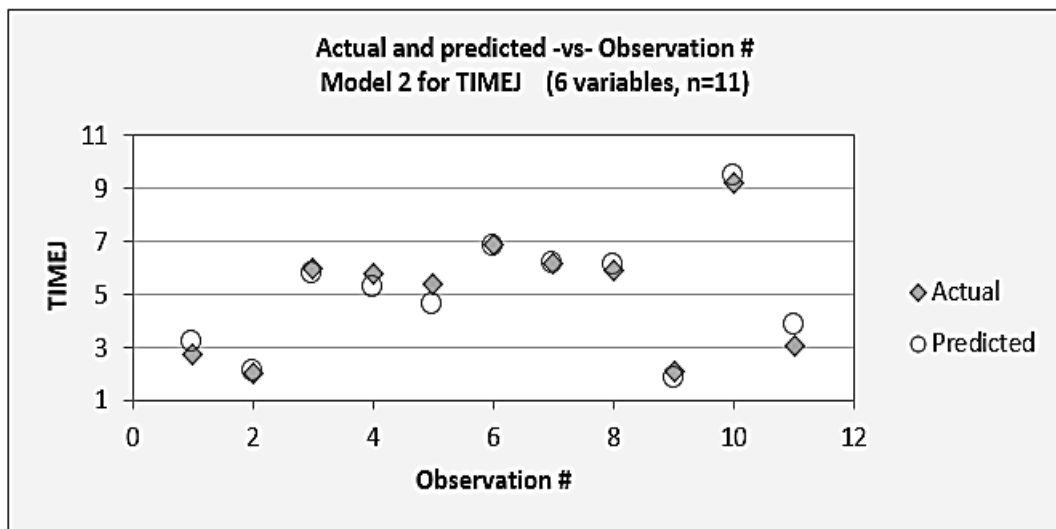
| Dependent Variable: TIMEJ | | | | | | | | |
|--|-------------|--------------|-----------|---------|-----------|------------|-------------|-------------|
| Regression Statistics: Model 2 for TIMEJ (6 variables, n=11) | | | | | | | | |
| R-Squared | Adj.R-Sqr. | Std.Err.Reg. | Std. Dev. | # Cases | # Missing | t(2.50%,4) | Conf. level | |
| 0.964 | 0.911 | 0.675 | 2.263 | 11 | 0 | 2.776 | 95.0% | |
| Coefficient Estimates: Model 2 for TIMEJ (6 variables, n=11) | | | | | | | | |
| Variable | Coefficient | Std.Err. | t-Stat. | P-value | Lower95% | Upper95% | Std. Dev. | Std. Coeff. |
| Constant | 0.782 | 0.676 | 1.156 | 0.312 | -1.095 | 2.659 | | |
| DESNT | -0.039 | 0.265 | -0.146 | 0.891 | -0.773 | 0.696 | 1.591 | -0.027 |
| DIFFT | -1.309 | 0.706 | -1.854 | 0.137 | -3.270 | 0.651 | 0.780 | -0.452 |
| DISTN | 0.208 | 0.095 | 2.198 | 0.093 | -0.055 | 0.471 | 6.119 | 0.563 |
| GENTL | 0.248 | 0.231 | 1.076 | 0.343 | -0.392 | 0.889 | 1.947 | 0.214 |
| STEEP | 1.012 | 0.408 | 2.478 | 0.068 | -0.122 | 2.145 | 1.463 | 0.654 |
| VDIFF | -0.377 | 0.368 | -1.023 | 0.364 | -1.399 | 0.645 | 0.834 | -0.139 |

Ffigur 360: Allbwn y model atchweliad

Rydym wedi cael y cysonion yr oedd yn ofynnol i gynhyrchu fformiwla ar gyfer cyfrifo amser teithio:

$$\text{amser daith} = 0.208 \text{ cyfanswm pellter} + 0.248 \text{ dringo esmwyth} + 1.012 \text{ dringo serth} \\ - 0.039 \text{ sdisgyniad serth} - 1.309 \text{ tir anodd} - 0.377 \text{ tir anodd iawn} + 0.782$$

Mae graff yn cael ei gynhyrchu i ddangos i ba raddau y byddai fformiwla hon yn cynhyrchu canlyniadau cywir ar gyfer ein un ar ddeg amserd taith. Rydym yn gweld bod y rhan fwyaf yn cael eu rhagweliar yn gywir iawn, gyda gwallau mwyaf o ddim mwy na hanner awr.



Ffigur 361: Cymharu amseroedd teithio fesurwyd gyda rhagfynegiadau gan ddefnyddio fformiwla atchweliad

Yn ôl pob tebyg bydd y fformiwla a gynhyrchir yn ystod y gwaith modelu yn parhau i roi rhagfynegiadau o amserau teithio gywir i mewn hanner awr. Fodd bynnag, efallai y bydd y fformiwla yn cael ei wella ymhellach os pellteroedd yn cael eu cofnodi ar gyfer teithiau yn y dyfodol, ynghyd â'r amseroedd gwirioneddol a gymerir, a data hwn yn cael ei ychwanegu at y model atchweliad.

Mae'r model a ddatblygwyd hyd yn hyn wedi cynnwys dim ond y ffactorau tir o raddiant a natur y tir. Yr ydym yn tybio y bydd ffactorau eraill yn effeithio ar bob alldeithiau mewn ffordd debyg a gellir eu hanwybyddu, sydd yn ôl pob tebyg yn or-symleiddio. Ar ôl cael rhagfynegiad amser cyffredinol, efallai y bydd angen i gael cywiriadau eu hychwanegu ar gyfer amgylchiadau penodol y daith hon, megis:

- Ffactorau grŵp: ffitrwydd y grŵp, pwysau a chariwyd, a'r stopiau ei gynllunio, e.e. ar gyfer bwyd neu ffotograffiaeth,
- Ffactorau tywydd allai arafu'r grŵp: haul poeth, glaw trwm, niwl, eira neu rew.

Rhaid i arweinwyr alldaith yn dal i fod yn ymwybodol o'r posibilrwydd o ddigwyddiadau annisgwyl ac mae ganddynt gynlluniau wrth gefn yn eu lle. Mae pethau a allai fynd o'i le yn cynnwys: gwallau wrth ddilyn y llwybr, rhannau o'r llwybr ar gau (ee pont allan o ddefnydd), neu ddamwain neu salwch sy'n effeithio ar aelod o'r grŵp.

Diet a maeth

Mae'r enghraifft modelu olaf yn y bennod hon yn edrych ar y meysydd diet a maeth. Mae gweithwyr iechyd proffesiynol yn gwneud argymhellion ar y cymeriant dyddiol o faetholion ar gyfer gwahanol grwpiau o bobl, gydag amrywiadau yn ôl oedran, rhyw a galwedigaeth. Mae dynion yn tueddu i angen mwy o faetholion na merched, ac eithrio halen a ffibr. Mae symiau dyddiol nodweddiadol a argymhellir ar gyfer diet iach, yn gytbwys ar gyfer cynnal pwysau yn hytrach na cholli neu ennill pwysau yw:

| | Dynion | Merched |
|-----------------------|--------|---------|
| Egni (kcal) | 2500 | 2000 |
| Protein (g) | 55 | 45 |
| Carbohydradau (g) | 300 | 230 |
| Siwgr (g) | 120 | 90 |
| Braster (g) | 95 | 70 |
| Brasterau dirlawn (g) | 30 | 20 |
| Ffibr (g) | 24 | 24 |
| Halen (g) | 6 | 6 |

Yn ogystal, mae angen amrywiaeth o fitaminau a mwynau ar gyfer gweithrediad corff cywir. Enghreifftiau o gymeriant dyddiol a argymhellir yw:

| | |
|------------------------|---------------|
| Fitamin A | 900 microgram |
| Fitamin C | 90 miligram |
| Fitamin D | 15 microgram |
| Fitamin B ₆ | 2 miligram |
| Fitamin E | 15 miligram |

Mae gwybodaeth am faeth yn dod ar gael yn gynyddol, ar gyfer cynhwysion fwyden ac ar gyfer prydau wedi'u coginio mewn bwytai. Efallai y byddwn yn ystyried un neu ddau o enghreifftiau a ddangosir ar dudalennau gwe:

Cereals ready-to-eat, ALPEN

Select serving size: 100g

| Nutrition Facts | |
|--|---------------|
| Serving Size | 100 g |
| Amount Per Serving | |
| Calories 352 | |
| | % Daily Value |
| Total Fat 3.3g | 5 % |
| Saturated Fat 0.5g | 2 % |
| Sodium 27mg | 1 % |
| Total Carbohydrate 76g | 25 % |
| Dietary Fiber 9.1g | 36 % |
| Sugar 20g | |
| Protein 11g | 22 % |
| Vitamin A 0 % • Vitamin C 14 % | |
| Calcium 15 % • Iron 17 % | |
| Daily values are based on 2000 calorie diet. | |

Calories by source

Badges: low fat, high sugar

| | | | | | | | | | |
|---|----------|-----|-----|-----|-------|-----|---------|-----|---|
| <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black;">Calories</td> <td style="width: 50%; text-align: right;">77%</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">Fat</td> <td style="text-align: right;">40%</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">Carbs</td> <td style="text-align: right;">93%</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">Protein</td> <td style="text-align: right;">58%</td> </tr> </table> | Calories | 77% | Fat | 40% | Carbs | 93% | Protein | 58% | <p>Percentile of foods in the database</p> <p>0 20 40 60 80 100</p> |
| Calories | 77% | | | | | | | | |
| Fat | 40% | | | | | | | | |
| Carbs | 93% | | | | | | | | |
| Protein | 58% | | | | | | | | |

How many calories in

Burger King Flame-Grilled, Whopper Sandwich

650 calories

Serving size

1 x sandwich (10.2 oz)

Nutrition Facts

| | |
|-----------------------|---------------|
| Calories 650 | (2720 kJ) |
| Calories from fat 333 | |
| | % Daily Value |
| Total Fat | 37g 57% |
| Sat Fat | 11g 55% |
| Trans Fat | 1.5g |

How to burn 650 calories²

- 170 mins walking
- 74 mins jogging
- 54 mins swimming
- 87 mins cycling

| | | |
|---------------------|-------|-----|
| Cholesterol | 60mg | 20% |
| Sodium | 910mg | 38% |
| Total Carbs. | 50g | 17% |
| Dietary Fiber | 2g | 8% |
| Sugars | 12g | |
| Protein | 22g | |

Ffigur 362: Enghreifftiau o wybodaeth am faeth a gyhoeddir ar gynhwysion fwyden a phrydau wedi'u coginio

Mae cymwysiadau meddalwedd ar gael ar-lein sy'n caniatáu i fanylion o ddietyddiol neu wythnosol i gael ei gofnodi, ac yna bydd yn cyfrifo cynnwys maethol yr eitemau prydau dethol. Gall y rhaglen yn amlygu defnydd o faetholion penodol, fitaminau neu fwynau sydd yn sylweddol uwch neu'n is na'r lefelau a argymhellir.

Mae prosiect diddorol ar gyfer myfyrwyr cyfrifiadureg neu ofal iechyd yw datblygu meddalwedd dadansoddi dietegol eu hunain, gan ddefnyddio naill ai taenlen neu iaith raglennu. Yn yr enghraifft isod, mae rhaglen a gynhyrchwyd gan fyfyrwr cyfrifiadureg yn caniatáu dewis o ryw a grŵp oedran, ac yna yn dangos gofynion maethol dyddiol. Gall eitemau bwyd yn cael eu dewis, a chynnwys maethol dogn eu harddangos. Gall eitemau bwyd yn cael ei ychwanegu at restr bob dydd, a gall canrannau o'r symiau dyddiol a argymhellir ar gyfer pob maetholyn yn cael ei gyfrifo.

| male 19-59 years | |
|-------------------|------|
| ENERGY [kcal] | 2550 |
| PROTEIN [g] | 54 |
| CALCIUM [mg] | 700 |
| IRON [mg] | 8.7 |
| VITAMIN A [ug] | 700 |
| VITAMINS B [mg] | 19.6 |
| VITAMIN C [mg] | 40 |

| | portion | nutrient |
|--------------------------|---------|----------|
| biscuits,digestive,plain | 100g | 110mg |
| bread,brown & white | 100g | 100mg |
| cheese,cheddar,hard type | 100g | 800mg |
| chocolate,milk | 100g | 220mg |
| milk,dried,skimmed | 100g | 1200mg |

| | ENERGY | PROTEIN | CALCIUM | IRON | VITAMIN A | VITAMIN B | VITAMIN C |
|------------------------|--------|---------|---------|------|-----------|-----------|-----------|
| Total so far | 530 | 21 | 0 | 0 | 0 | 14.5 | 0 |
| % of daily requirement | | | | | | | |

Ffigur 363: Prosiect myfyrwyr i ddadansoddi diet

Trwy arbrofi yn y modd hwn, gall myfyrwyr gael gwell gwybodaeth a dealltwriaeth o gynllunio dietegol ar gyfer grwpiau â gwahanol ofynion dietegol.

Mae myfyrwyr gofal iechyd a chymdeithasol yn gyffredin dod ar draws problem i gynllunio diet cytbwys am y gost leiaf allan o ddewis o brydau bwyd posibl. Efallai y bydd angen cyngor i deuluoedd ifanc neu bobl oedrannus ar sut i fwyta'n dda ar gyllidebau cyfyngedig iawn. Technegau i ddatrys y math hwn o broblem i'w cael mewn cangen o fathemateg a elwir yn **ymchwil gweithredol**.

Er mwyn dangos egwyddorion y dull hwn, byddwn yn ystyried senario symleiddio gan ddefnyddio data a gyflwynwyd yn gynharach yn yr adran hon:

Mae dyn yn dymuno i fwyta symiau dyddiol a argymhellir o:

| | |
|--------------|----------|
| fraster | 95 gram |
| carbhydradau | 300 gram |

Ar gyfer yr enghraifft syml iawn, byddwn yn cymryd yn ganiataol mai dim ond dau fwyd ar gael:

Byrgyr, yn cynnwys 37 o gram o fraster a 50 gram o garbohydrad

Grawnfwyd, yn cynnwys 3.3 gram o fraster a 76 gram o garbohydrad

Mae prisiau'r ddau fwyd yw:

Byrgyr: £ 3.60

Grawnfwyd: £ 2.79 am 750 gram, fel bod cyfran o 100 gram yn costio 37 ceiniog.

Beth fyddai'r ffordd fwyaf darbodus o gyflawni'r cymeriant dyddiol a argymhellir o fraster a charbohydradau o gyfrannau o ddim ond y ddau fwyd?

Gallwn ateb y cwestiwn hwn drwy ddefnyddio **algebra llinol**. Rydym yn dechrau drwy ddiffinio dau newidyn:

x_1 yn cynrychioli nifer y byrgyrs

x_2 yn cynrychioli nifer y gyfran o rawnfwyd

Nawr, gallwn sefydlu cyfres o hafaliadau. Gall ystyried yn gyntaf y cynnwys **braster**. Mae pob byrgyr yn cyfrannu 37g a bob cyfran o rawnfwyd yn cyfrannu 3.3g. At ei gilydd, mae'n rhaid i'r diet gynnwys o leiaf 95g o fraster. Gan ddefnyddio algebra i gynrychioli nifer y byrgyrs neu gyfrannau o rawnfwyd y mae'n rhaid ei bwyta i fodloni'r gofyniad braster:

$$37x_1 + 3.3x_2 \geq 95$$

Gallwn nawr yn ystyried cynnwys **carbohydrad**. Mae pob byrgyr yn cynnwys 50g a bob cyfran o'r grawnfwyd yn cynnwys 76g. At ei gilydd, mae'n rhaid i'r diet gynnwys o leiaf 300g o garbohydradau. Mae nifer y byrgyrs neu gyfrannau o rawnfwyd y mae'n rhaid ei bwyta i fodloni'r gofyniad carbohydrad yn cael eu rhoi gan:

$$50x_1 + 76x_2 \geq 300$$

Gallwn ychwanegu dau hafaliad bellach:

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Mae'r rhain yn syml yn dangos bod rhaid i nifer y byrgyrs neu gyfrannau o rawnfwyd fod yn sero neu faint positif. Nid yw symiau negyddol yn bosibl.

Gallwn nawr yn gwneud rhai cyfrifiadau syml. Os bydd yr holl fraster yn cael ei ddarparu gan byrgyrs, heb unrhyw gyfran o rawnfwyd o gwbl, mae nifer y byrgyrs sydd eu hangen i fwyta er mwyn cwblhau gofyniad braster bob dydd fod:

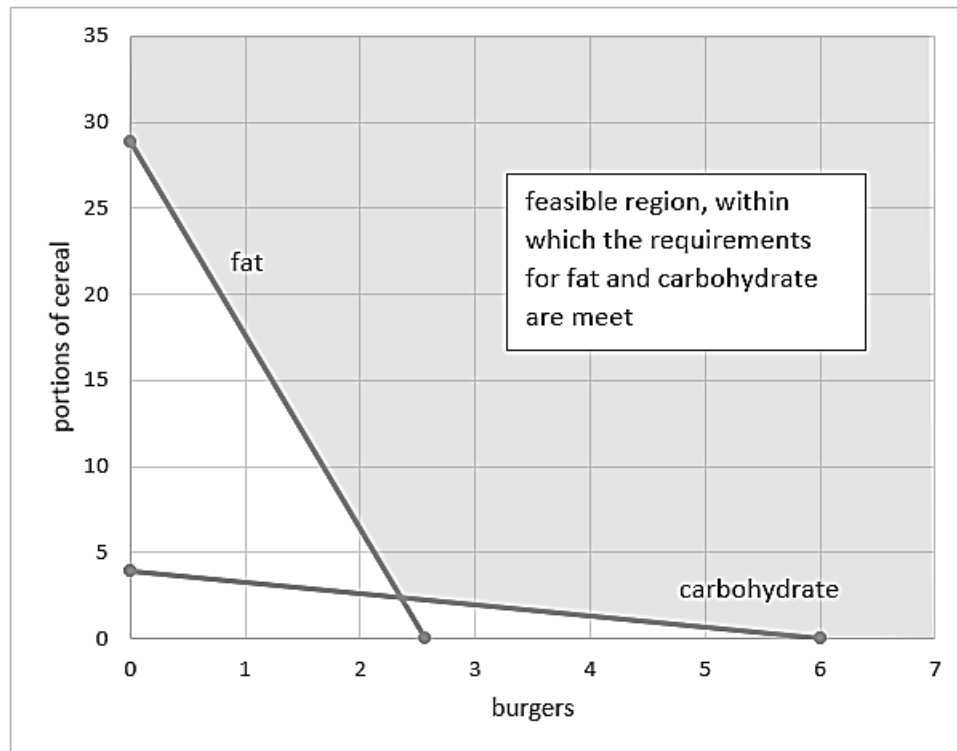
$$\frac{95}{37} = 2.6$$

Os bydd yr holl fraster yn cael ei ddarparu gan rawnfwyd, heb fwyta unrhyw byrgyrs, byddai nifer y cyfrannau eu hangen bydd:

$$\frac{95}{3.3} = 28.8$$

(Sylweddolir nid yw hwn yn nifer rhesymol o gyfrannau, a'r angen am ddiet cymysg yn amlwg!)

Yn yr un modd, gallwn gyfrifo y gallai'r holl garbohydrad gofynnol yn cael eu darparu gan 6 byrgyrs a dim grawnfwyd, neu drwy 3.9 cyfran o rawnfwyd a dim byrgyrs. Mae'r ffigurau hyn yn cael eu dangos mewn graff yn ffigur 364.



Ffigur 364: Parth posibl sy'n cwrdd â gofynion braster a charbohydrad

Gall y gofynion dyddiol ar gyfer braster a charbohydradau yn cael eu diwallu gan unrhyw gyfuniad o byrgys a chyfrannau o rawnfwydydd o fewn y parth sydd wedi'i dywyllu ar y graff, er enghraifft: 2 byrgys a 10 cyfran grawnfwyd, neu 3 byrgys a 5 cyfran grawnfwyd. Y broblem nesaf yw penderfynu pa gyfuniad o'r bwydydd yn rhataf.

Gallwn sefydlu hafaliad i gynrychioli cyfanswm cost yr eitemau a fwyteir, yn seiliedig ar bris o £3.60 ar gyfer byrger a 37c am gyfran o rawnfwyd:

$$\text{cyfanswm cost} = 3.60x_1 + 0.37x_2$$

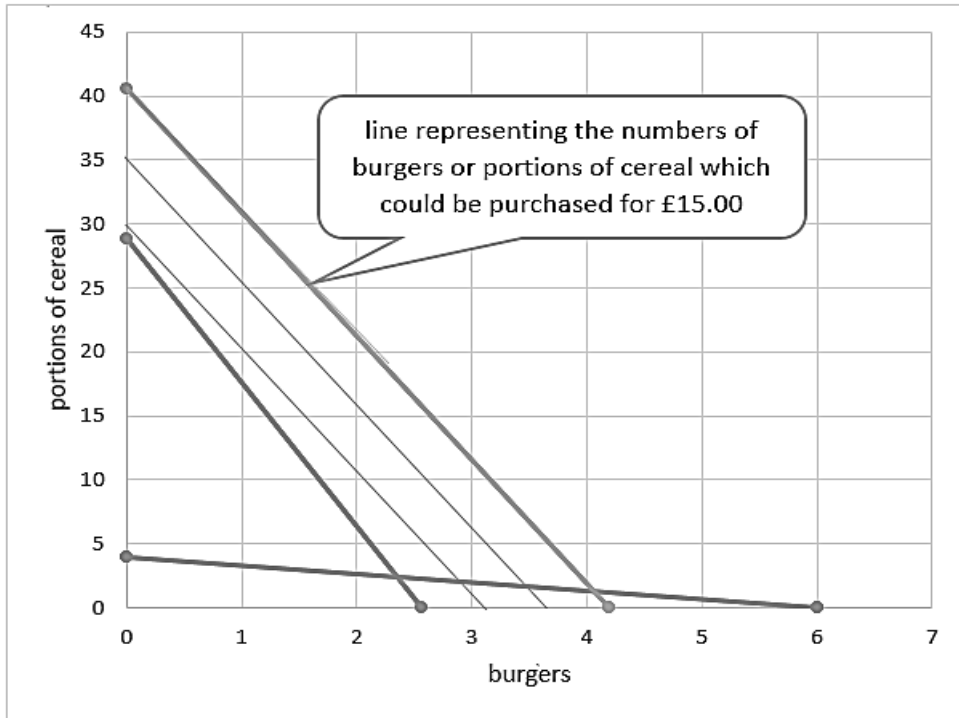
Tybiwch ein bod yn dymuno gwario £15.00 ar fwyd. Gallem fwyta yn gyfan gwbl byrgys a dim grawnfwyd. Mae'r nifer o fyrgys y gellid eu prynu (gan anwybyddu'r angen rifau cyfan) yw:

$$\frac{15.00}{3.60} = 4.2$$

Tybied yn hytrach ein bod yn dewis treulio ein £15.00 yn gyfan gwbl ar rawnfwyd, byddai nifer y cyfrannau a brynwyd fod:

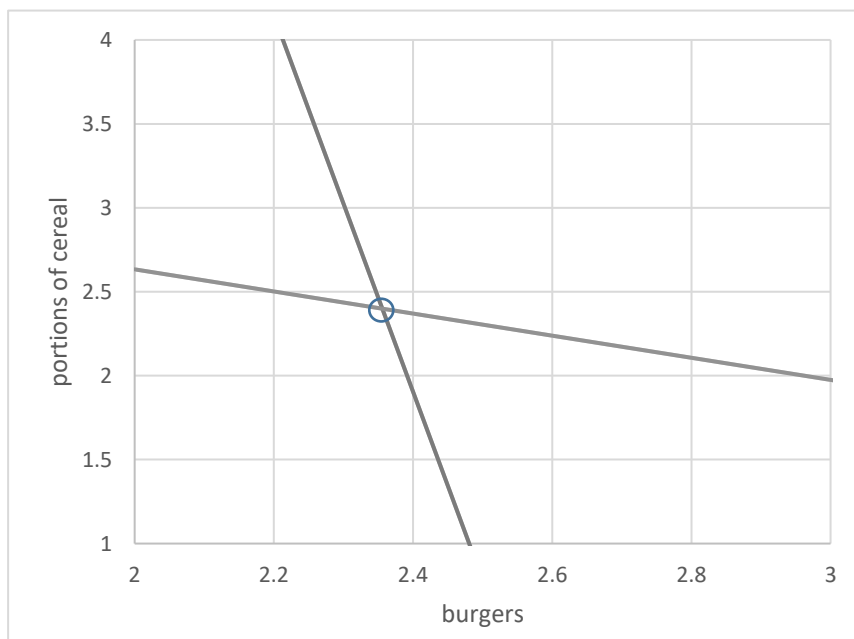
$$\frac{15.00}{0.37} = 40.5$$

Mae llinell yn cynrychioli nifer posibl o byrgys neu gyfrannau o rawnfwyd y gellid eu prynu am £15.00 wedi ei ychwanegu at y graff yn ffigur 365.



Ffigur 365: Cost o eitemau bwyd

Os, yn hytrach na £ 15.00, rydym wedi dewis yn unig i wario £14.00 ar fwyd, gallai llinell newydd yn cael eu plotio ar y graff i ddangos y nifer o byrgyrs neu gyfrannau o rawnfwyd y gallem nawr yn prynu. Byddai linell hyn yn gyfochrog â'r llinell wreiddiol, ond yn nes at darddiad y graff. Gallem barhau i leihau'r bil bwyd yn y modd hwn, gan gynhyrchu cyfres o linellau paralel yn agosach at darddiad y graff. Fodd bynnag, i ateb y gofyniad dietegol ar gyfer braster a charbohydrad, mae'n rhaid i ni aros o fewn y parth posibl y graff. Mae cost isaf yn cael ei gyflawni yn y man lle mae'r llinellau graff braster a charbohydrad yn croestorri. Mae'r rhanbarth croestorri ar y graff yn cael ei ehangu yn ffigur 366:



Ffigur 366: Pwynt lle mae gofynion dietegol yn cael eu bodloni yn ôl y gost isaf

Rydym yn diddwytho y gallai'r gofynion dyddiol ar gyfer braster a charbohydradau yn cael eu diwallu yn fwyaf economaidd drwy fwyta tua $2\frac{1}{2}$ byrgyrs a $2\frac{1}{2}$ cyfrannau o rawnfwyd.

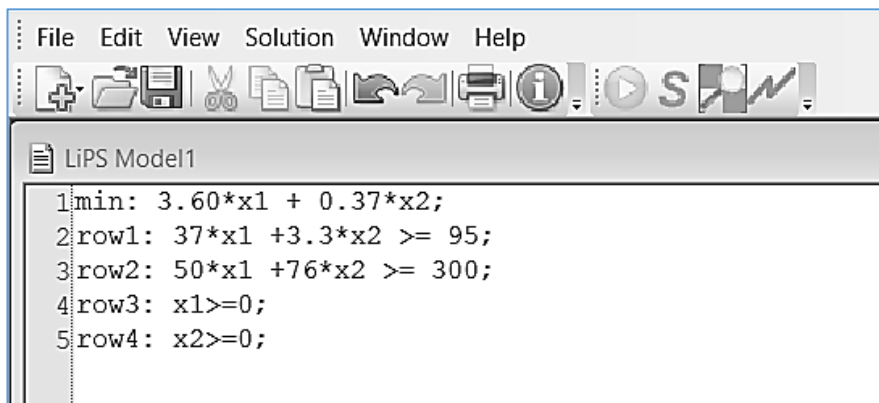
Yn amlwg mae'r enghraifft hon wedi cael ei gorsymleiddio yn fawr:

- Mewn sefyllfa ddietegol go iawn, byddai angen ystyried llawer mwy o faetholion na dim ond braster a charbohydrad,
- Byddai diet llawer mwy amrywiol ar gael na dim ond byrgyrs a grawnfwyd,
- Byddai angen i ni fod yn synhwyrol am bennu'r symiau. Er y gallai fod yn bosibl i fesur allan $2\frac{1}{2}$ cyfrannau o rawnfwyd, ni fyddai'n bosibl i archebu $2\frac{1}{2}$ byrgyrs.

Gall y dull a ddefnyddiwyd gennym yn cael ei ymestyn yn hawdd i unrhyw nifer o newidynnau. Fodd bynnag, mae'n dod yn amhosibl datrys problemau mwy cymhleth yn raffigol. Fel arfer, datrysiadau yn eu cael trwy gyfrwng gymwysiadau meddalwedd algebra llinol. Un enghraifft yw **Rhaglen Datrysydd Llinol**, y gellir ei lwytho i lawr o:

download.cnet.com/Linear-Program-Solver/3000-2053_4-75401989.html

Er mwyn dangos y defnydd o'r cymhwysiad hwn, gallwn ail-redeg yr esiampl byrgyrs a grawnfwyd. Rydym yn dechrau drwy roi'r hafaliadau ar gyfer cyfansymiau cost bwyd, braster a charbohydradau. Sylwch ein bod yn gofyn i'r rhaglen i ddod o hyd i'r gost leiaf a fydd yn diwallu anghenion maethol



```

File Edit View Solution Window Help
LiPS Model1
1 min: 3.60*x1 + 0.37*x2;
2 row1: 37*x1 + 3.3*x2 >= 95;
3 row2: 50*x1 + 76*x2 >= 300;
4 row3: x1 >= 0;
5 row4: x2 >= 0;

```

Ffigur 367: Cofnodi set o hafaliadau ar gyfer y cymwysiad Rhaglen Datrysydd Llinol.

Mae'r meddalwedd wedyn yn cyfrifo'r ateb gorau i'r broblem. Rydym yn gweld bod y gost isaf yn cael ei gyflawni drwy fwyta 2.4 byrgyrs a 2.4 cyfrannau o rawnfwyd, sy'n cytuno gyda'r canlyniad graffigol cynharach. Mae'r rhaglen wedi cyfrifo'r gost isaf i fod yn £9.36.

Gallai'r prosiect yn cael ei ddatblygu drwy ychwanegu hafaliadau pellach i gynrychioli anghenion maeth eraill, fel siwgr neu ffibr. Gallai enwi meintiau uchaf a argymhellir bob dydd, yn ogystal â meintiau lleiaf. Gallai eitemau bwyd ychwanegol yn cael eu cyflwyno drwy ychwanegu newidynnau pellach, fel x_3 , x_4 , i bob hafaliad.

| LiPS Report1 | | | |
|--|---------|-----------|--------------|
| >> Optimal solution FOUND | | | |
| >> Minimum = 9.3606 | | | |
| *** RESULTS - VARIABLES *** | | | |
| Variable | Value | Obj. Cost | Reduced Cost |
| x1 | 2.35361 | 3.6 | 0 |
| x2 | 2.39894 | 0.37 | 0 |
| Log | | | |
| >> INFO: Feasible solution FOUND after 2 iterations | | | |
| >> INFO: LiPS finished after 2 iterations and 0.02 seconds | | | |
| Linear Program Solver v1.11.1 Ready | | | |

Ffigur 368: Allbwn o ganlyniadau o'r cymwysiad Rhaglen Datrysydd Llinol.

Yn y bennod hon, rydym wedi adolygu amrywiaeth o ddulliau am foddelu mathemategol. Ym mhob achos, cafwyd cyfleoedd i ddatblygu sgiliau rhifedd ehangach, gan gynnwys:

- Datblygu technegau mathemategol yng nghyd-destun gwybodaeth pwnc arbenigol,
- Datrys problemau, y gellir eu cynnal yn effeithiol gan arbrofi,
- Defnyddio amrywiaeth o dechnolegau, gan gynnwys taenlenni a chymwysadau meddalwedd mathemategol arbenigol,
- Cyfathrebu, o ran datblygu terminoleg fathemategol arbenigol, ac wrth allu cyflwyno canlyniadau mathemategol cymhleth mewn fformat â yn hawdd i'w deall gan y person lleyg.

Rydym wedi canfod y gall modelu mathemategol fod yn weithgaredd diddorol ac ysgogol ar gyfer myfyrwyr mewn ystod eang o feysydd galwedigaethol.